

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

Analýza rámu polohovatelného křesla

Stiffness Analysis of the Position-able Chair Frame

Student:

Bc. Michal Bieleš

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Pavel Maršálek

Ostrava 2017

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. Michal Bieleš

Studijní program:

N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor:

3901T003 Aplikovaná mechanika

Téma:

Analýza rámu polohovatelného křesla
Stiffness Analysis of the Positionable Chair Frame

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

1. Rešerše problematiky testování
2. Studium metody řešení
3. Pevnostní kontrola
4. Optimalizace geometrie rámu
5. Zhodnocení a závěr

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Przemieniecki, J. S.: Theory of Matrix Structural Analysis; Dover Civil and Mech, 1985; ISBN: 9780486649481.
- [2] Wriggers, P.: Nonlinear Finite Element Methods; Prentice Hall; USA, 2008; ISBN: 978-3-540-71001.
- [3] Bathe, K. J.: Finite Element Procedures; Prentice Hall, USA, 2006; ISBN: 978-0979004902.
- [4] Bhatti, M. A.: Fundamental Finite Element Analysis and Applications: with Mathematica and MATLAB Computations; John Wiley, New York, 2006; ISBN 0-471-64808-6.
- [5] Bhatti, M.A.: Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures: with Mathematica and MATLAB Computations; John Wiley, New York, 2005; ISBN 0-471-64807-9.
- [6] Dostál, Z.: Optimal quadratic programming algorithms; Springer, 2009; ISBN: 978-0-387-84806-8.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Pavel Maršálek**

Datum zadání: 09.12.2016

Datum odevzdání: 15.05.2017



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty



Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě dne 15. května 2017

Michal Rb
.....


podpis studenta

Prohlášení o využití výsledků práce

Prohlašuji, že

- jsem si vědom, že na tuto moji závěrečnou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. Zákon o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (dále jen Autorský zákon), zejména § 35 (Užití díla v rámci občanských či náboženských obřadů nebo v rámci úředních akcí pořádaných orgány veřejné správy, v rámci školních představení a užití díla školního) a § 60 (Školní dílo),
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo užít tuto závěrečnou diplomovou práci nekomerčně ke své vnitřní potřebě (§ 35 odst. 3 Autorského zákona),
- bude-li požadováno, jeden výtisk této diplomové práce bude uložen u vedoucího práce,
- s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 Autorského zákona,
- užít toto své dílo, nebo poskytnout licenci k jejímu využití, mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše),
- beru na vědomí, že - podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů - že tato diplomová práce bude před obhajobou zveřejněna na pracovišti vedoucího práce, a v elektronické podobě uložena a po obhajobě zveřejněna v Ústřední knihovně VŠB-TUO, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě dne 15. května 2017


.....

Podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Michal Bieleš

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Kpt. Nálepky 914

Podbořany

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

BIELEŠ, M. *Analýza rámu polohovatelného křesla: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2017, 100 s. Vedoucí práce: Maršálek, P.

Diplomová práce se zabývá matematickým modelováním pevnostní zkoušky rámu prototypu polohovatelného křesla resp. lůžka určeného pro převoz pacientů v nemocničních zařízeních. V první části práce je provedena rešerše problematiky testování nemocničních lůžek dle normy ČSN EN 60601-2-52. Následující část práce se zabývá matematickým pozadím modelování pevnostních zkoušek pomocí metody konečných prvků (MKP). Odvozené postupy jsou dále verifikovány na testovacích úlohách a implementovány v programovacím jazyce Python. Vlastní výpočetní algoritmus je v závěrečné části práce aplikován na analýzu rámu a výsledky jsou srovnány s analýzou úlohy v komerčním softwaru ANSYS Workbench.

ANNOTATION OF MASTER THESIS

BIELEŠ, M. *Stiffness Analysis of the Position-able Chair Frame: master thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics, 2017, 100 p. Head of thesis: Maršálek, P.

This thesis deals with mathematical modeling of stress-strain analysis of the position-able chair frame, or more precisely bed frame intended for the transport of patients in hospital facilities. The first part deals with the testing of medical beds, according to the standard ČSN EN 60601-2-52. Next part deals with the mathematical modeling of strength test using the finite element method (FEM). Derived procedures are further verified in several examples and implemented in the Python programming language. Own calculation algorithm is applied to the analysis of the chair frame. Results are compared with analysis performed in commercial software ANSYS Workbench.

Obsah práce

Úvod	10
1 Rešerše problematiky testování	12
1.1 Vymezení základních pojmů	12
1.1.1 Zdravotnická lůžka, univerzální lůžka a speciální polohovatelná křesla.....	12
1.1.2 Základní rozdělení a popis	13
1.1.3 Materiály	14
1.1.4 Současná zdravotnická lůžka	14
1.2 Norma ČSN EN 60601-2-52.....	15
1.2.1 Zkoušky pevnosti rámu lůžka	16
1.2.2 Průběh zkoušky	17
1.2.3 Další zkoušky.....	17
2 Metody řešení	18
2.1 Metoda konečných prvků (MKP)	19
2.1.1 Odvození základní maticové rovnice MKP	20
2.1.2 Diskretizace spojitého kontinua	23
2.1.3 Matematická formulace elementu.....	24
2.1.4 Odvození matice tuhosti prvku namáhaného tahem/tlakem	26
2.1.5 Odvození matice tuhosti prvku namáhaného ohybem	28
2.1.6 Odvození matice tuhosti krouceného prvku	32
2.1.7 Lokální matice tuhosti prostorového rámového prvku	35
2.1.8 Tvorba globální matice tuhosti	36
2.1.9 Okrajové podmínky a řešení soustavy	38
2.2 Testovací příklady.....	39
2.2.1 Testovací příklad č. 1	39
2.2.2 Testovací příklad č. 2	43
2.2.3 Testovací příklad č. 3	46
2.2.4 Testovací příklad č. 4, část 1.....	49

2.2.5 Testovací příklad č. 4, část 2.....	52
2.2.6 Testovací příklad č. 5.....	55
3 Pevnostní kontrola	57
3.1 Struktura vlastního softwaru.....	59
3.2 Analýza rámu polohovatelného křesla.....	61
3.2.1 Preprocessing.....	62
3.2.2 Analýza reakčních sil.....	64
3.2.3 Deformační analýza	66
3.2.4 Napět'ová analýza	68
3.2.5 Stanovení maximální hodnoty napětí v nejméně příznivé konfiguraci křesla.....	69
3.3 Kontrolní výpočet	72
3.3.1 Preprocessing.....	72
3.3.2 Analýza reakčních sil.....	73
3.3.3 Deformační analýza	74
3.3.4 Napět'ová analýza	75
4 Optimalizace geometrie rámu.....	77
4.1.1 Analýza reakčních sil.....	77
4.1.2 Deformační analýza optimálního řešení	78
4.1.3 Napět'ová analýza optimálního řešení	78
5 Závěr	83
Příloha A.....	86
Příloha B	92
Příloha C	93
Příloha D.....	96
Příloha E	97
Seznam použité literatury	98

Seznam použitých značek a symbolů

A	$[m^2]$	plocha průřezu
B	$[-]$	matice 2. derivací tvarových funkcí
C	$[-]$	materiálová matice tuhosti
E	$[Pa]$	modul pružnosti v tahu
F, F_x, F_y, F_z	$[N]$	síla
G	$[-]$	matice 1. derivací tvarových funkcí
G	$[Pa]$	modul pružnosti ve smyku
I, I_y, I_z	$[m^4]$	kvadratický moment průřezu
I_p	$[m^4]$	polární moment setrvačnosti
K	$[-]$	globální matice tuhosti
K_e, K_{loc}	$[-]$	lokální matice tuhosti
L, L_e	$[m]$	délka
M	$[-]$	matice bázových funkcí
M_x, M_y, M_z	$[Nm]$	ohybový moment
M_k	$[Nm]$	krouticí moment
N	$[-]$	matice tvarových funkcí
R	$[-]$	vektor osamocených sil
S	$[m^2]$	plocha průřezu
T, T_i	$[-]$	transformační matice
U	$[J]$	deformační energie
V	$[m^3]$	objem
W	$[J]$	práce
f	$[-]$	globální vektor zatížení
f_{IF}	$[-]$	vektor vnitřních sil elementu
u	$[-]$	vektor posunutí elementu
u, u_n	$[m]$	deformační posunutí
v, v_n	$[m]$	deformační posunutí
w, w_n	$[m]$	deformační posunutí
q	$[N\ m^{-1}]$	spojité zatížení
y	$[m]$	délka
α	$[-]$	vektor koeficientů interpolačního polynomu

α	[°]	úhel zdvihu
$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	[-]	koefficienty interpolačního polynomu
γ	[°]	zkosení
δ	[%]	relativní chyba
ε	[-]	poměrné prodloužení
μ	[-]	Poissonova konstanta
ρ	[kg m ⁻³]	hustota
σ	[Pa]	normálové napětí
τ	[Pa]	smykové napětí
φ	[°]	natočení
ϕ_y, ϕ_z	[-]	konstanta

Úvod

V oblasti zdravotnických lůžek došlo v posledních letech k velkému pokroku. Dnešní lůžka jsou ve srovnání se staršími typy pohodlnější, bezpečnější, hygieničtější a ovladatelnější. Některé speciální typy lůžek jsou nesmírně sofistikovaná zařízení, která umožňují sledování fyziologie dýchání, provádění vyšetření bez nutnosti přemístění pacienta (např. RTG). Stále více lůžek využívá tzv. antidekubitní systém, který má zabránit vzniku dekubitů (defekt měkké tkáně v důsledku nedostatečného prokrvení). Pokrok v této oblasti je zapříčiněn především velkou konkurencí na trhu. Firmy vyvíjí nové typy lůžek za účelem zvýšení komfortu pacienta, jeho bezpečí a také bezpečí zdravotnického personálu. Velký vliv na pokrok má také vznik nové evropské normy zaměřené právě na zdravotnická lůžka.

Diplomová práce se zabývá matematickým modelováním pevnostní zkoušky rámu prototypu polohovatelného křesla, resp. lůžka, určeného pro převoz pacientů v nemocničních zařízeních. Ambulantní křeslo vzniklo na základě potřeby nemocničních zařízení, které měly nedostatek polohovatelných, pojízdných a výškově nastavitelných křesel. Prototyp křesla je plně polohovatelný. Tři lineární motory umožňují sklápění opěrky zad, opěradel nohou a nastavení výšky. Křeslo je možné ustavit do horizontální polohy a použít jej jako lůžko.



CAD Model prototypu křesla

Tato práce si klade za cíl provedení statické analýzy rámu křesla a následné optimalizace primárně prostřednictvím vlastního konečno-prvkového softwaru. K řešení úlohy bude v programovacím jazyce Python vytvořen software určený k řešení pouze této konkrétní úlohy. Výsledky budou ověřeny kontrolním výpočtem v komerčním softwaru.

Práce je rozdělena na dvě části, teoretickou a praktickou. V první části je nejprve pozornost věnována normě ČSN EN 60601-2-52, která vznikla sloučením a rozšířením dříve platných norem. Jedná se o světově nejkompaktnější a nejprísnejší bezpečnostní normu v daném oboru. Tato norma je v práci popsána, největší pozornost je věnována částem, které přesně definují průběh zkoušek. Cílem je poukázat na rozsáhlost normy, resp. na rozsáhlost problematiky zdravotnických lůžek. Dále se práce zabývá matematickým pozadím řešení statických úloh pomocí metody konečných prvků (MKP). V této práci jsou popsány základní principy MKP, je zde odvozena základní maticová rovnice a další principy, jejichž znalost je pro tvorbu vlastního softwaru nezbytná. V druhé části práce jsou poznatky verifikovány na testovacích úlohách. Vlastní výpočetní algoritmus je v poslední části aplikován na analýzu rámu.

Cíle práce

Tato práce se zabývá napětově-deformační analýzou a optimalizací rámu prototypu polohovatelného křesla pomocí metody konečných prvků. Cílem práce je vytvoření vlastního softwaru k provedení pevnostní analýzy rámu křesla a snížení celkové hmotnosti rámu křesla.

1 Rešerše problematiky testování

Úvodní kapitola se věnuje vymezení základních pojmů a popisu stávajícího stavu dané problematiky. Cílem je popsat současný stav v oblasti nemocničních lůžek, porovnat dnešní typy lůžek s lůžky, které byly používány dříve a také nastínit směr budoucího vývoje.

Dále je v této kapitole provedena rešerše problematiky testování zdravotnických lůžek dle normy ČSN EN 60601-2-52. Uvedená norma definuje bezpečnostní parametry a požadavky na lůžka kladené.

1.1 Vymezení základních pojmů

1.1.1 Zdravotnická lůžka, univerzální lůžka a speciální polohovatelná křesla

Jedním ze základních pojmů této diplomové práce je zdravotnické zařízení. Zdravotnické zařízení je zařízení, jehož úkolem je poskytovat zdravotní péči. Obecně se rozlišuje několik typů těchto zařízení, např. hospitalizační (nemocnice, porodnice), ambulantní (ambulance, rehabilitační zařízení), laboratoře. Je zde také možné zahrnout zdravotnickou dopravu (sanitky) a další. Pro většinu z nich jsou zdravotnická lůžka a speciální křesla nezbytnou součástí. Konstrukce jednotlivých lůžek se liší podle svého využití.

Hospitalizační zařízení jsou určena především pro hospitalizované pacienty, a proto je zde nutné využít univerzální lůžka zajišťující maximální pohodlí pacienta po celou dobu pobytu, jelikož pacient je většinu času hospitalizace umístěn právě na lůžku.

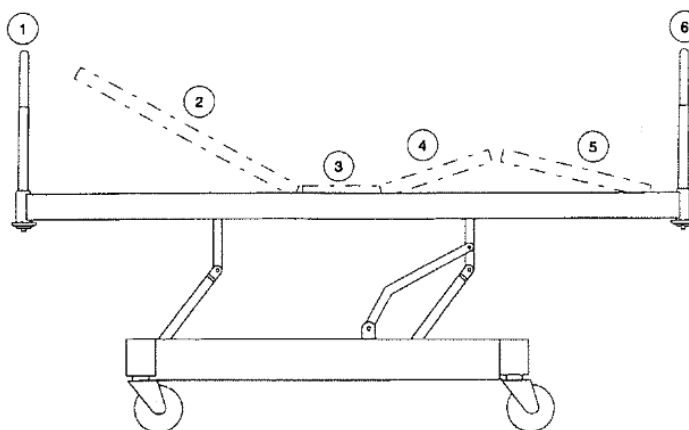
V ambulantních zařízeních se využívají lůžka mnohem jednodušší konstrukce, jelikož pacient do těchto zařízení dochází a jeho doba pobytu je velmi krátká. Na lůžka v těchto zařízeních nejsou kladeny tak vysoké nároky.

Velmi specifická jsou sanitní lůžka. V případě těchto lůžek nemá pohodlí téměř žádný význam. Nejdůležitějším faktorem je zde mobilita.

Na trhu je v současnosti několik firem zabývajících se výrobou lůžek. Některé z firem vyrábí lůžka vlastní konstrukce a některé z nich vyrábí lůžka podle přání zákazníka. [4]

1.1.2 Základní rozdělení a popis

Existuje mnoho typů zdravotnických lůžek. Jednotlivé typy se mohou výrazně lišit konstrukcí, typem pohonu, nastavitelností polohy ložné plochy atd. Nicméně u různých typů lze pozorovat podobnosti. Každé z lůžek má tzv. ložnou plochu tj. strukturu, která podepírá úložiště pacienta (např. matraci). Ložná plocha se skládá z několika dílů, viz obr. 1.1.

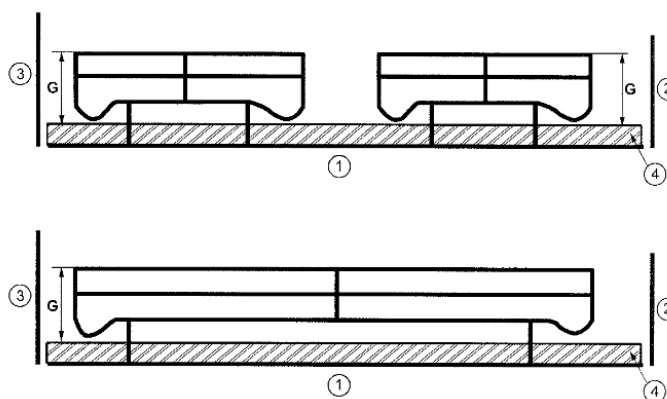


Obr. 1.1 – Zdravotnické lůžko [2]

Na obr. 1.1 je čerchovaně vyznačena ložná plocha. Ta se skládá ze zádového dílu (2), pánevního dílu (3), stehenního dílu (4) a lýtkového dílu (5). Jednotlivé díly jsou pospojovány klouby a jejich poloha se může měnit, tak aby vyhovovala různým terapeutickým a diagnostickým potřebám. Avšak ne každé zdravotnické lůžko resp. ložná plocha zdravotnického lůžka se skládá z tolika dílů. Některá lůžka mají dílů méně. U některých lůžek není možné měnit polohu jednotlivých dílů.

Čísly (1) a (6) jsou na obr. 1.1 označeny prvky **hlavové a nožní čelo**. Tyto prvky určují okraj lůžka a také mohou být použity jako madla k tlačení lůžka určeného k přepravě pacienta.

Dalším společným prvkem většiny lůžek jsou **postranice**. Postranice jsou dle normy definovány jako odnímatelné fyzické překážky určené pro snížení rizika nahodilého vyklouznutí pacienta z lůžka. Počet a umístění postranic se s každým typem lůžka liší.



Obr. 1.2 – Postranice [2]

Všechny součásti lůžka umístěné pod ložnou plochou jsou označovány jako podvozek.

Zdravotnické lůžko je prostředek, jehož určeným použitím je spánek či odpočinek a který obsahuje ložnou plochu a má napomáhat při stanovení diagnózy, monitorování, prevenci, léčbě, zmírňování nemoci nebo při kompenzaci poranění nebo postižení.

1.1.3 Materiály

Zdravotnická lůžka a speciální polohovatelná křesla jsou vyráběny z kovových materiálů. Nejpoužívanějším materiálem je běžná konstrukční ocel 11 373 (S 235 JRG 1). Tato ocel je používána pro části konstrukce namáhané staticky i mírně dynamicky. Části konstrukce, které jsou namáhány více, jsou zhotoveny z pevnější konstrukční oceli 11 523 (S 355 J2G3). Oba materiály jsou voleny vzhledem k jejich dobré svařitelnosti, jelikož rámy lůžek jsou především svařované. Některé díly lůžka jsou však spojovány spojovacími díly, vyrobených z hliníkových slitin. Ocelové konstrukce bývají povrchově upravovány. Zbylé díly bývají vyráběny z nekovových materiálů – z plastů. Běžně se používají polyvinylchlorid a polyetylen. [4]

1.1.4 Současná zdravotnická lůžka

Zdravotnická lůžka v českých zdravotnických zařízeních 20. století se skládala z kovového rámu, jenž byl vypleten drátěným pletivem. K rámu byla dále připevněna čela s nožkami. Na ložnou plochu byla umístěna několikadílná matrace. Polohování takového lůžka bylo náročné. Tato lůžka nebyla zcela bezpečná ani hygienická.

V posledních letech se však situace mění, je to dáno velkou konkurencí na trhu. Dnešní lůžka jsou sofistikovanější, kvalitnější lépe polohovatelná. Firmy lůžka neustále vyvíjí za účelem zvýšení komfortu pacienta, bezpečnosti zdravotnického personálu a především pacienta. Vývoj probíhá na základě poznatků inženýrů, pacientů a

zdravotnického personálu. V neposlední řadě má také velký vliv vznik nové evropské normy **EN 60601-2-52** [2].

Dlouhodobým sledováním bezpečnosti pacientů v EU, bylo zjištěno, že až u 12% hospitalizovaných pacientů vznikají komplikace při léčbě, které nesouvisí s důvodem hospitalizace. Mezi nejčastější problémy patřily pád z lůžka (vlivem nevhodně navržené konstrukce) nebo vznik dekubitů (defekt měkkých tkání z důvodu špatného prokrvení). Jedná se o komplikace ohrožující zdraví pacientů. Výsledky tohoto sledování vedly ke vzniku výše zmíněné evropské normy. [3]

1.2 Norma ČSN EN 60601-2-52

Tato norma je českou verzí evropské normy EN 60601-2-52 a nahrazuje dříve platné normy ČSN EN 60601-2-38 (nemocniční lůžka) z října 1998 a ČSN EN 1970 (lůžka pro osoby se zdravotním postižením) ze srpna 2001. V současnosti je možné v České republice prodávat pouze lůžka vyrobená dle této normy.

Norma představuje současný pohled na základní bezpečnost a funkčnost zdravotnických lůžek používaných ve zdravotnických zařízeních určené pro dospělé. Požadavky na lůžka se liší podle pěti aplikačních prostředí (AP), pro která mohou být lůžka určena:

- AP 1: Intenzivní/kritická péče v nemocnici
- AP 2: Akutní péče v nemocnici či jiném zdravotnickém zařízení
- AP 3: Dlouhodobá péče ve zdravotnickém prostoru se zdravotnickým dohledem
- AP 4: Péče poskytovaná v bytových prostorách
- AP 5: Ambulantní péče poskytovaná v nemocnici nebo jiném zdravotnickém zařízení za zdravotnického dohledu

Norma nově věnuje velkou pozornost postranicím, jakožto základnímu bezpečnostnímu prvku. Nově formulovaná bezpečnostní hlediska jsou věnována především problematice složitých tvarů, mezer a otvorů (jejich často proměnným tvarům). Cílem je minimalizovat riziko zachycení pacienta, jeho uvíznutí či smrtelného poranění. Velký důraz je také kladen na stabilitu lůžek a vlastnosti lůžek při přepravě pacientů.

Vzhledem k cílům této práce jsou nejpodstatnější pasáže normy věnující se testování lůžek. Každé nově navržené lůžko musí před uvedením na trh splnit všechny normou definované zkoušky.

1.2.1 Zkoušky pevnosti rámu lůžka

Část normy je věnována zkouškám pevnosti podpěrných nebo závěsných systémů.

V této oblasti jsou rozlišeny dva základní případy:

- Působení statických sil
- Působení dynamických sil.

Dle normy musí být části lůžka sloužící k podpírání navrženy tak aby bylo minimalizováno riziko fyzických poranění.

Prvním krokem této zkoušky je stanovení bezpečného provozního zatížení (SWL) zdravotnického lůžka. Pro aplikační prostředí 1 a 2 musí být hodnota SWL minimálně 2000 N. Tato hodnota je dána součtem následujících minimálních zatížení:

1350 N – odpovídající přibližně 135 kg hmotnosti pacienta

200 N – odpovídající přibližně 20 kg hmotnosti matrace

450 N – odpovídající přibližně 45 Kg hmotnosti příslušenství

Pro aplikační prostředí 3, 4 a 5 musí být hodnota SWL minimálně 1700. Hodnota se získá součtem následujících minimálních zatížení:

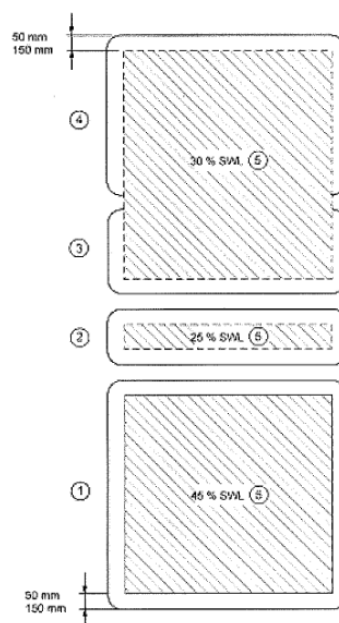
1350 N – odpovídající přibližně 135 kg hmotnosti pacienta

200 N – odpovídající přibližně 20 kg hmotnosti matrace

150 N – odpovídající přibližně 15 kg příslušenství

Je-li hodnota SWL specifikovaná výrobcem pro aplikační prostředí 1 a 2 vyšší než 2000 N, pro aplikační prostředí vyšší než hodnota 1700 N, použijí se výrobcem stanovené hodnoty.

Bezpečné provozní zatížení je nutné rozložit dle obr. 1.3:



Obr. 1.3 – Rozložení SWL [2]-

1 – zářový díl, 2 - pánevní díl, 3 - stehenní díl, 4 - lýtkový díl, 5 - SWL

1.2.2 Průběh zkoušky

Každé lůžko musí být schopno odolat rovnoměrně rozloženému statickému zatížení nabývající hodnoty dvojnásobku bezpečného provozního zatížení nebo hodnotě $SWL = 4000 \text{ N}$ (volí se větší z hodnot). Zkouška se provádí v nejméně příznivé poloze ložné plochy – v horizontální poloze.

Je-li očekáváno znehodnocení koroze, únavou materiálu, stárnutím, použije se rovnoměrně rozložené statické zatížení rovnající se čtyřnásobku SWL . Lůžko je tedy zatíženo rovnoměrně rozloženou silou. Trvalá deformace je přijatelná jen v případě, že zdravotnické lůžko vyhovuje pro svou určenou funkci.

1.2.3 Další zkoušky

Dalšími normou definovanými zkouškami jsou např. zkoušky stability. Při provádění těchto zkoušek nesmí dojít k převážení lůžka (s matrací, postranicemi a příslušenstvím) v nejméně příznivé poloze ložné plochy. Rozlišuje se několik typů těchto zkoušek, např.: zkoušky boční stability, zkoušky podélné stability při odnímatelném hlavovém/nožním čele atd. Norma se také věnuje dynamickým zkouškám. Při jedné ze zkoušek je ložná plocha $10000 \times$ zatížena definovanou silou. Po odstranění zátěže musí lůžko stále normálně fungovat. Velmi specifickými jsou zkoušky zdravotnických elektrických přístrojů.

2 Metody řešení

Konkrétní fyzikální děje a procesy lze popsat pomocí diferenciálních rovnic, či pomocí soustavy diferenciálních rovnic. K jejich řešení je nutné stanovit okrajové podmínky odpovídající skutečnosti. Takovéto úlohy je možné řešit buď analyticky, nebo numericky.

Analytickým řešením se hledá výsledek ve tvaru spojitě funkce, případně ve tvaru spojitých funkcí. Při řešení jsou využívány postupy a principy matematické analýzy, mezi jejíž základní pojmy spadají funkce, limity, derivace a integrály. Výsledkem analytického řešení v uzavřeném tvaru je získání obecné funkční závislosti mezi vstupními veličinami – proměnnými a výstupními veličinami. Výhodou je, že s takovýmto předpisem je možné jednoduše pracovat. Nevýhodou analytického řešení úloh je její použitelnost. Tuto metodu lze aplikovat pouze u omezeného počtu úloh. Většinu úloh není možné analyticky vyřešit.

Při numerickém řešení je problém hledání spojitých funkcí převeden na problém hledání konečného počtu neznámých parametrů. Tento krok je označován, jako diskretizace spojitého problému. Pomocí parametrů jsou poté hledané funkce aproximovány. Numerické řešení je řešení přibližné, což je zapříčiněno právě diskretizací. K získání výsledků je nutné využít výpočetní techniky. Největší výhodou numerického řešení je jeho aplikovatelnost, numericky je možné řešit téměř každou úlohu - jediné omezení je dáno kvalitou a kapacitou výpočetní techniky. V současnosti je nejpoužívanější numerickou metodou metoda konečných prvků (MKP).

2.1 Metoda konečných prvků (MKP)

Metoda konečných prvků (angl. Finite Element Method FEM) je numerická výpočetní metoda určená pro řešení rozsáhlé třídy technických problémů. Zrod metody se datuje do roku 1943, nicméně k jejímu masivnímu použití došlo až s rozvojem výpočetní techniky.

Při řešení problému pomocí MKP je spojitě kontinuum rozděleno na konečný počet podoblastí – elementů. Elementy jsou ohraničeny specifickými body – uzly, a v těchto bodech se stýkají. Neznámé veličiny (v případě této práce jsou to posuvy) jsou počítány právě v uzlech. Stanovení hodnot hledaných veličin mimo uzly se děje pomocí tzv. interpolačních polynomů – hodnoty mimo uzly jsou stanoveny z hodnot určených v uzlech.

Po diskretizaci oblasti jsou jednotlivé elementy resp. celá soustava matematicky formulována. Formulací se rozumí sestavení rovnic a jejich uspořádání do základní maticové rovnice MKP:

$$[K] \cdot \{u\} = \{f\} \quad (2.1)$$

kde

$[K]$ globální matice tuhosti

$\{f\}$ globální vektor zatížení

$\{u\}$ vektor posuvů

Základní rovnice může být řešena až po aplikaci okrajových podmínek. Algoritmus MKP vede na řešení soustavy lineárních algebraických rovnic. K řešení soustavy rovnic jsou používány různé variace Gaussovi eliminační metody.

Metoda konečných prvků se dnes používá pro řešení široké škály úloh, např.: úlohy pružnosti, dynamiky, proudění kapalin a plynů, vedení tepla, elektromagnetismu atd. Ať už je řešena úloha pružnosti či vedení tepla, je postup řešení vždy stejný a zahrnuje následující kroky:

- diskretizace spojitěho kontinua,
- matematická formulace elementů,
- sestavení rovnic popisující chování celé zkoumané oblasti,
- aplikace okrajových podmínek,
- řešení systému rovnic s aplikovanými okrajovými podmínkami.

Metoda konečných prvků je metodou deformační - neznámými veličinami jsou posuvy a natočení uzlů. Posuvy a natočení jsou tedy primární proměnné. Po získání primárních proměnných je možné stanovit sekundární veličiny: přetvoření a napětí. Tato práce je zaměřena na řešení problematiky nosníků, soustav nosníků zatížené osamocenými silami/momenty či případně spojitým zatížením. Základní principy metody konečných prvků jsou popsány a poté i aplikovány na příkladech. [5],[6]

2.1.1 Odvození základní maticové rovnice MKP

Pro odvození základní rovnice metody konečných prvků je možné použít různé metody, např. metodu vážených reziduí, princip virtuálních prací či princip minima potenciální energie. Právě poslední z uvedených možností je prezentována v této práci. Dle této metody je možné vyjádřit potenciální energii systému jako rozdíl deformační energie napjatosti U a práce vnějších sil W .

$$\Pi = U - W \quad (2.2)$$

Potenciální energie tělesa z elastického materiálu (bez uvážení zbytkových napětí) je dána vztahem:

$$\Pi = U - W = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \int_V \{u\}^T \{X\} dV - \int_S \{u\}^T \{p\} dS \quad (2.3)$$

kde

$\int_V \{u\}^T \{X\} dV$ představuje zatížení objemovými silami

$\int_S \{u\}^T \{p\} dS$ představuje zatížení silami plošnými

Vlivem působení sil dochází uvnitř tělesa ke vzniku napětí a k jeho deformaci, což popisuje zbývajíc člen rovnice $\frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV$. Potenciální energie se spočte pro každý element zvlášť, poté se jednotlivé příspěvky sečtou (N = počet elementů).

$$\Pi = \sum_{i=1}^N \Pi_i \quad (2.4)$$

Výsledkem je celková potenciální energie systému. Výraz 2.3 je možné užitím Hookeova zákona upravit a dále doplnit o práci zobecněných sil:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \cdot [C] \cdot \{\varepsilon\} dV - \int_V \{u\}^T \{X\} dV - \int_S \{u\}^T \{p\} dS - \{u\}^T \cdot \{R\} \quad (2.5)$$

kde

$[C]$ je materiálová matice tuhosti

$\{R\}$ je vektor osamělých sil

Posuvy na prvku se obecně vyjadřují pomocí tzv. tvarových funkcí.

$$\{u\} = [N] \cdot \{u_i\} \quad (2.6)$$

kde

$[N]$ představuje matici tvarových funkcí

$\{u_i\}$ vektor posuvů uzlů

Využitím geometrických rovnic 2.7 až 2.9 lze získat vektor deformací, který se zpětně dosadí do výrazu 2.5.

$$\{\varepsilon\} = [\partial]^T \cdot \{u\} \quad (2.7)$$

$$\{\varepsilon\} = [\partial]^T \cdot [N] \cdot \{u_i\} \quad (2.8)$$

$$\{\varepsilon\} = [G] \cdot \{u_i\} \quad (2.9)$$

kde

$[G]$ je matice derivací tvarových funkcí

Po dosazení vznikne rovnice ve tvaru

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T \left(\int_V [G]^T \cdot [C] \cdot [G] dV \right) \cdot \{u_i\} - \{u\}^T \cdot \left(\int_V [N]^T \{X\} dV - \int_S [N]^T \cdot \{p\} dS - \{R\} \right) \quad (2.10)$$

Rovnici 2.10 je dále možné zjednodušit. Výraz $\left(\int_V [G]^T \cdot [C] \cdot [G] dV \right)$ představuje lokální matici tuhosti elementu, a $\left(\int_V [N]^T \{X\} dV - \int_S [N]^T \cdot \{p\} dS - \{R\} \right)$ lokální vektor zatížení prvku:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T \cdot [K_e] \cdot \{u_i\} - \{u\}^T \cdot \{R_e\} \quad (2.11)$$

Vztah 2.11 popisuje potenciální energii jednoho prvku. Pro výpočet celkové potenciální energie je nutné aplikovat vztah 2.4:

$$\Pi = \sum_{i=1}^N \Pi_i = \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T \cdot \sum_{i=1}^N [K_e] \cdot \{u_i\} - \{u\}^T \cdot \sum_{i=1}^N \{R_e\} \quad (2.12)$$

Minimum celkové deformační energie se určí z podmínky, dle vztahu 2.13.

$$\left\{ \frac{\partial \Pi}{\partial \{u\}} \right\} = 0 \quad (2.13)$$

Výsledkem derivace je základní rovnice MKP pro elasto-statickou úlohu, viz vztah 2.1. Maticová rovnice může být řešena až po aplikaci okrajových podmínek. Bez aplikování okrajových podmínek zůstane globální matice singulární – její determinant je roven nule. Odvození lokální matice tuhosti a aplikace okrajových podmínek jsou popsány v následujících kapitolách. [6]

2.1.2 Diskretizace spojitého kontinua

Diskretizací se rozumí náhrada spojitého kontinua (prostředí) konečným počtem podoblastí – elementů. Každému elementu přísluší určitý počet tzv. uzlů, tj. bodů, v nichž jsou soustředěny fyzikální parametry popisující stav nebo vlastnosti příslušné oblasti kontinua. Spojení sousedících elementů je realizováno právě přes uzlové body, tím je zajištěna podmínka spojitosti. Tento proces se nazývá síťování a jeho výsledkem je konečno-prvková síť.

Existuje celá řada elementů na řešení příhradových soustav. Jednotlivé typy lze rozdělit podle několika kritérií. Jedním z kritérií je např. druh elementu – rozlišuje se, zdali se jedná o element s mezi uzlem, či bez mezi-uzlu.

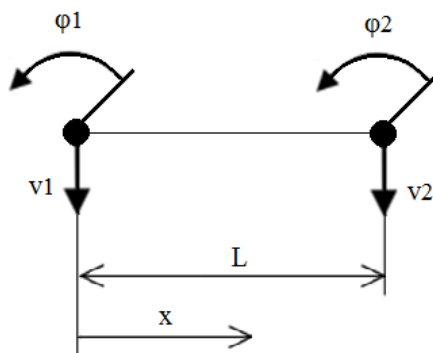


Obr. 2.1 – Element s a bez mezi-uzlu

Pro řešení výše popsaného problému bude využit prostorový nosníkový resp. rámový prvek.

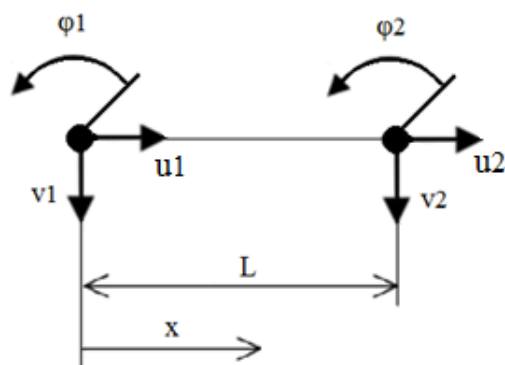
Nosníkové a rámové prvky

Nosníkové prvky jsou vhodné pro výpočet nosníkových konstrukcí. Nejjednodušší nosníkový prvek je znázorněn na následujícím obrázku. Tento typ přenáší pouze ohyb a posouvající sílu. V každém z uzlů jsou definovány celkem 2 stupně volnosti – posuv a natočení.



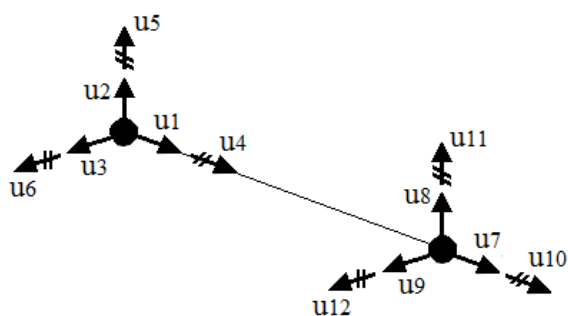
Obr. 2.2 – Základní nosníkový prvek

Rámový prvek (obr. 2.3) je kombinací prutu a základního nosníkového prvku. U tohoto typu jsou definovány 3 stupně volnosti v každém uzlu. Tento typ elementu přenáší ohyb, posouvající sílu a osovou sílu.



Obr. 2.3 – Rámový prvek v rovině

Rámový prvek v prostoru (obr. 2.4) má v každém uzlu definováno 6 stupňů volnosti – posuvy ve směrech x , y , z a natočení kolem každé z os. Tento prvek se používá v případě, že řešenou úlohu není možné zjednodušit na rovinný případ.



Obr. 2.4 – Rámový prvek v prostoru

U každého z nosíkových prvků je možné rozlišit, zdali se jedná o element založený na Bernoulliho či Timoshenkově teorii. V Timoshenkově nosníku je zahrnuta deformace od posouvající síly.

2.1.3 Matematická formulace elementu

Každý z prvků konečno-prvkové sítě je matematicky formulován tzv. lokální maticí tuhosti. V lokální matici tuhosti je zahrnuta geometrie konkrétního elementu (délka a plocha průřezu, momenty setrvačnosti atd.) a jeho materiálové vlastnosti (modul pružnosti v tahu, modul pružnosti ve smyku). Lokální matice tuhosti vystupuje jako matice koeficientů soustavy lineární algebraických rovnic, popisujících chování daného elementu.

Každý typ elementu je charakterizován odlišnou maticí tuhosti. Matice se mohou lišit rozměry a obsazením. V této práci je k řešení problému použit rámový prvek

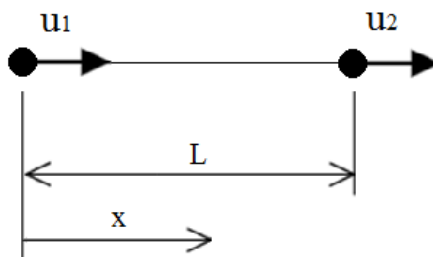
v prostoru. Tento typ prvku má v každém uzlu definováno 6 stupňů volnosti (posuvy ve směrech x, y, z a natočení kolem těchto os), jeho lokální matice má rozměr 12x12. Do chování tohoto typu prvku jsou zahrnuty tahové a tlakové vlastnosti, ohyby ve dvou rovinách a parametry související s kroucením.

Lokální matici tuhosti je možné odvodit např. využitím principu superpozice. Tuto metodu lze použít pouze v případě platnosti pravidel lineární pružnosti. Princip metody spočívá ve složení matice tuhosti z dílčích prvků, viz vztah 2.14. [1], [5]

$$[K_{LOC}] = \begin{bmatrix} [K_{TAH/TLAK}] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [K_{OHYB_XY}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K_{OHYB_XZ}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [K_{KRUT}] \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.1.4 Odvození matice tuhosti prvku namáhaného tahem/tlakem

Matice tuhosti tyčového prvku je jednou ze 4 složek matice tuhosti prostorového rámového prvku, jedná se o prvek $[K_{TAH/TLAK}]$. Prutový prvek (obr. 2.5) je nejjednodušším prvkem ze všech, může být zatížen pouze ve směru své osy. Libovolný element je charakterizován geometrií, tj. délkou L a průřezem S . Modul pružnosti v tahu E charakterizuje materiál. Element je ohraničen dvěma uzly. V tomto případě je v každém uzlu definován jeden stupeň volnosti – posuv ve směru osy elementu.



Obr. 2.5 – Stupně volnosti prutového prvku

Hodnoty posunutí mimo uzlové body se interpolují na základě posuvů uzlů s využitím tzv. interpolačních polynomů. Nejjednodušším příkladem polynomu je lineární funkce:

$$u(x) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x \quad (2.15)$$

Maticově zapsáno:

$$\{u\} = \begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} = [M] \cdot \{\alpha\} \quad (2.16)$$

kde matice $[M]$ je matice bazových funkcí a $\{\alpha\}$ je vektor koeficientů interpolačního polynomu. Nyní se do matice M dosadí souřadnice obou uzlů a vznikne maticová rovnice:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\{u_i\} = [A] \cdot \{\alpha\}$$

Z takto získané maticové rovnice se vyjádří vektor $\{\alpha\}$, který se poté zpětně dosadí do vztahu 2.16.

$$\{\alpha\} = [A]^{-1} \cdot \{u_i\} \quad (2.18)$$

$$\{u\} = [M] \cdot \{\alpha\} = [M] \cdot [A]^{-1} \cdot \{u_i\} = [N] \cdot \{u_i\} \quad (2.19)$$

Ve vektoru $\{u_i\}$ jsou obsaženy hodnoty posunutí jednotlivých uzlů. Roznásobením matic $[A]^{-1}$ a $[M]$ vznikne tzv. matice tvarových funkcí $[N]$

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Posuv libovolného vnitřního bodu elementu je jednoznačně určen posuvy uzlových bodů. Pro další odvození je nezbytné stanovit první derivaci aproximační funkce $u(x)$. Tato operace má svůj fyzikální význam – derivací funkce posunutí se získá funkce popisující přetvoření elementu.

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= \frac{d}{dx} \cdot \{u\} = \frac{d}{dx} \cdot [N] \cdot \{u_i\} = [G] \cdot \{u_i\} = \frac{u_2 - u_1}{L} \\ [G] &= \frac{d}{dx} \cdot [N] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.21)$$

V další části odvození je využito vztahu pro výpočet deformační energie, který se upraví pomocí Hookeova zákona:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \iiint_V \{\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot \iiint_V \{\varepsilon\}^T \cdot E \cdot \{\varepsilon\} \cdot dV \quad (2.22)$$

Dosazením vztahu 2.21 vznikne:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \cdot \iiint_V \{u_i\}^T \cdot [G]^T \cdot E \cdot [G] \cdot \{u_i\} \cdot dV \\ U &= \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T \cdot \left(\iiint_V [G]^T \cdot E \cdot [G] \cdot dV \right) \cdot \{u_i\} \\ U &= \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T \cdot (K_e) \cdot \{u_i\} \end{aligned} \quad (2.23)$$

kde vzniklá matice $[K_e]$ představuje lokální matici tuhosti. Její výsledný tvar se získá roznásobením matic derivací tvarových funkcí a následnou integrací:

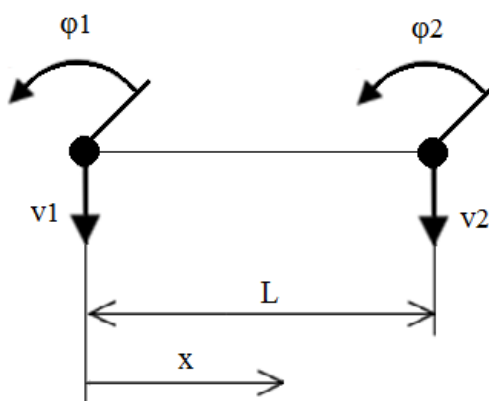
$$K_e = \iiint_V [G]^T \cdot E \cdot [G] \cdot dV = E \cdot S \cdot \int_L [G]^T \cdot [G] \cdot dx \quad (2.24)$$

Výsledkem je lokální matice tuhosti taženého/tlačeného elementu:

$$K_e = \frac{E \cdot S}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

2.1.5 Odvození matice tuhosti prvku namáhaného ohybem

Matice tuhosti nosníkového prvku je další ze složek matice tuhosti prostorového rámového prvku, jedná se o složku $[K_{OHYB_XY}]$ resp. $[K_{OHYB_XZ}]$. Nosníkový prvek je schopen přenášet zatížení ve směru kolmém na osu elementu. Tyto elementy lze použít za předpokladu, že je průhyb nosníku malý ve srovnání s rozměry elementu. V každém z uzlů nosníkového elementu jsou definovány dva stupně volnosti - natočení a průhyb, viz obr. 2.6.



Obr. 2.6 – Stupně volnosti nosníkového prvku

Hodnoty průhybu a natočení mimo uzlové body se též interpolují na základě průhybů a natočení obou uzlů. I zde se využívají interpolační polynomy, nicméně v tomto případě je nutné využít polynom minimálně třetího stupně:

$$v(x) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x + \alpha_2 \cdot x^2 + \alpha_3 \cdot x^3 \quad (2.26)$$

Maticově zapsáno:

$$v(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = [M] \cdot \{\alpha\} \quad (2.27)$$

kde $[M]$ je matice bázových funkcí a $\{\alpha\}$ je vektor koeficientů interpolačního polynomu. Následující postup je totožný s postupem v případě prutového prvku: do matice $[M]$ se dosadí okrajové podmínky (2.28) a vznikne maticová rovnice 2.29.

$$\begin{aligned} x=0 \quad v_1 &= \alpha_0 \\ x=L \quad v_2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \cdot L + \alpha_2 \cdot L^2 + \alpha_3 \cdot L^3 \\ \left. \frac{dv}{dx} \right|_{x=0} \quad \phi_1 &= \alpha_1 \\ \left. \frac{dv}{dx} \right|_{x=L} \quad \phi_2 &= \alpha_1 + 2 \cdot \alpha_2 \cdot L + 3 \cdot \alpha_3 \cdot L^2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ \phi_1 \\ v_2 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\{v_i\} = [A] \cdot \{\alpha\}$$

Z rovnice 2.29 se vyjádří vektor $\{\alpha\}$ a poté se zpětně dosadí do výrazu 2.27:

$$\begin{aligned} v(x) &= [M] \cdot \{\alpha\} = [M] \cdot [A]^{-1} \cdot \{v_i\} \\ v(x) &= [N] \cdot \{v_i\} \end{aligned} \quad (2.30)$$

kde vzniklá matice $[N]$ je opět maticí tvarových funkcí.

$$N = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}\right) & \left(x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right) & \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}\right) & \left(-\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Při stanovení matice tuhosti se opět vychází ze vztahu pro deformační energii (2.32), který se s využitím vztahů vyplývajících z teorie nosníků (2.33) upraví:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \{\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV \quad (2.32)$$

$$\sigma = \frac{M_{(x)} \cdot y}{I} \quad (2.33)$$

kde

$M_{(x)}$ je zatěžující moment

y je vzdálenost středu průřezu od krajního vlákna (platí pro kruhové a mezi-kruhové průřezy)

I je kvadratický moment průřezu

Po dosazení:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \frac{M_{(x)} \cdot y}{I} \cdot \frac{M_{(x)} \cdot y}{E \cdot I} \cdot dV = \frac{1}{2} \int_L \left(\frac{M_{(x)}^2}{I^2 \cdot E} \cdot \int_S y^2 dS \right) dx \quad (2.34)$$

Vzniklý plošný integrál představuje kvadratický moment průřezu:

$$\int_S y^2 dS = I \quad (2.35)$$

Provedením jednoduchých matematických úprav lze získat upravenou rovnici (2.36), která se poté s využitím diferenciální rovnice průhybové čáry (2.37), převede do požadovaného tvaru, ze kterého je možné přímo určit hledanou matici tuhosti.

$$U = \frac{1}{2} \int_L \frac{M_{(x)}^2}{I \cdot E} dx = \frac{1}{2} \int_L I \cdot E \cdot \frac{M_{(x)}^2}{I^2 \cdot E^2} dx \quad (2.36)$$

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M_{(x)}}{I \cdot E} \quad (2.37)$$

Vznikne:

$$U = \frac{1}{2} \int_L I \cdot E \cdot \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2.38)$$

Pro další odvození je nutné dvakrát derivovat výše odvozenou funkci $v(x)$, poté ji dosadit do rovnice 2.38. Derivace:

$$\frac{d^2}{dx^2} [N] \cdot \{u_i\} = [B] \cdot \{u_i\} \quad (2.39)$$

kde $[B]$ představuje matici druhých derivací tvarových funkcí.

$$[B] = \begin{bmatrix} \left(\frac{-6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} \right) & \left(\frac{-4}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) & \left(\frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \right) & \left(\frac{-2}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Po dosazení:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_L I \cdot E \cdot \{u_i\}^T \cdot [B]^T \cdot [B] \cdot \{u_i\} \cdot dx \\ U &= \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T \left(\int_L [B]^T \cdot I \cdot E \cdot [B] \cdot dx \right) \cdot \{u_i\} \\ U &= \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T K_e \cdot \{u_i\} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Lokální matice tuhosti nosníkového elementu je dána výrazem 2.42:

$$K_e = I \cdot E \int_L [B]^T \cdot [B] \cdot dx \quad (2.42)$$

přesněji

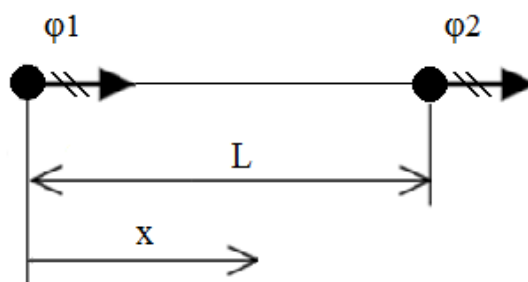
$$K_e = E \cdot I \cdot \begin{pmatrix} \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & -\frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Rovnice 2.43 popisuje ohyb pouze v jedné rovině. Z tohoto důvodu jsou v hledané lokální matici tuhosti prostorového rámového prvku umístěny tyto matice dvě, každá popisuje ohyb v jiné rovině, jedna v rovině XY a druhá v rovině XZ. Obsazením se obě matice téměř neliší, jediným rozdílem je hodnota kvadratického momentu průřezu I .

2.1.6 Odvození matice tuhosti krouceného prvku

Matice tuhosti krouceného prvku je poslední ze složek matice tuhosti prostorového rámového prvku. Jedná se o prvek $[K_{KRUT}]$. Lokální matice tuhosti krouceného prvku se velmi podobá lokální matici prvku namáhaného tahem/tlakem. Odvození se liší jen v několika málo bodech.

Je dán element délky L , kruhového či mezi-kruhového průřezu, který je na obou koncích ohraničen uzly. V každém z uzlů je definován 1 stupeň volnosti, a to úhel zkroucení φ . Element je dále charakterizován materiálem resp. modulem pružnosti ve smyku G .



Obr. 2.7 – Stupně volnosti krouceného prvku

Hodnota úhlu zkroucení v mezi-uzlovém prostoru se stanoví pomocí interpolačního polynomu, který má jako v případě prutových prvků tvar lineární funkce:

$$\varphi(x) = \alpha_0 + x \cdot \alpha_1 \quad (2.44)$$

Následující část odvození je zcela totožná s odvozením prutových prvků. Od maticového zápisu interpolačního polynomu, aplikace okrajových podmínek až po vyjádření a zpětné dosazení vektoru alfa do maticové rovnice. Úpravami se získá matice tvarových funkcí, které jsou stejné (mají stejný tvar, průběh i derivace) jako v případě prutových prvků. Jediný rozdíl je ten, že funkce $\varphi(x)$ nepopisuje posuv ve směru osy elementu, ale natočení kolem této osy. Hodnota natočení kolem osy elementu

v kterémkoliv místě elementu je jednoznačně dána natočeními uzlových bodů a určí následovně:

$$\varphi(x) = [N] \cdot \{\varphi_i\} = N_1(x) \cdot \varphi_1 + N_2(x) \cdot \varphi_2 \quad (2.45)$$

Vektor $\{\varphi_i\}$ obsahuje hodnoty úhlů zkroucení v jednotlivých uzlech. Pro další odvození je nutné určit první derivaci aproximační funkce $\varphi(x)$:

$$\frac{d}{dx} \varphi(x) = \frac{d}{dx} [N] \cdot \{\varphi_i\} = [G] \cdot \{\varphi_i\} \quad (2.46)$$

Následně se přikročí k úpravě vztahu pro výpočet deformační energie elementu. Při kroucení vzniká v prvku smykové napětí τ . Z teorie kroucení kruhových a mezi-kruhových průřezů vyplývá:

$$\tau = \frac{M_K}{J_P} \cdot y \quad (2.47)$$

a také

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (2.48)$$

kde

τ je smykové napětí

M_K je krouticí moment

y je vzdálenost vlákna od středu průřezu

I_P je polární moment setrvačnosti

γ je zkosení průřezu

G je modul pružnosti ve smyku

Výpočet deformační energie:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \{\gamma\}^T \cdot \{\tau\} \cdot dV = \frac{1}{2} \iiint_V \frac{M_K^2 \cdot y^2}{I_P^2 \cdot G} dV \quad (2.49)$$

Úpravami lze dojít k tvaru:

$$U = \frac{1}{2} \int_L \frac{M_K^2}{I_P^2 \cdot G} \cdot \left(\iint_S y^2 dS \right) dx \quad (2.50)$$

Plošný integrál ve výrazu představuje polární moment setrvačnosti, jedná se o charakteristickou průřezovou veličinu:

$$\iint_S y^2 dS = I_P \quad (2.51)$$

Po nahrazení plošného integrálu a rozšíření vznikne:

$$U = \frac{1}{2} \cdot I_P \cdot G \cdot \int_L \frac{M_K^2}{I_P^2 \cdot G^2} \cdot dx \quad (2.52)$$

Z teorie kroucení kruhových a mezi-kruhových průřezů dále vyplývá:

$$M_K = G \cdot I_P \cdot \frac{d\varphi_{(x)}}{dx} \rightarrow \frac{M_K}{G \cdot I_P} = \frac{d\varphi_{(x)}}{dx} \quad (2.53)$$

Spojením vztahů 2.22 a 2.23 vznikne:

$$U = \frac{1}{2} \cdot I_P \cdot G \cdot \int_L \left(\frac{d\varphi_{(x)}}{dx} \right)^2 \cdot dx \quad (2.54)$$

Zbývá část odvození je totožná s odvozením lokální matice tuhosti prutového prvku. Výsledkem je:

$$K_{LOC} = \frac{G \cdot I_P}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Takto odvozená matice popisuje pouze kroucení kruhových a mezi-kruhových průřezů.

2.1.7 Lokální matice tuhosti prostorového rámového prvku

Lokální matice tuhosti prostorového rámového prvku je složena z výše odvozených příspěvků. Jednotlivé příspěvky, tj. matice tuhosti taženého/tlačeného prvku, krouceného prvku a ohýbaného prvku jsou systematicky uspořádány. Výsledná podoba lokální matice tuhosti:

[illegible]

Obr. 2.8 – Lokální matice tuhosti prostorového rámového prvku (Bernoulliho typu)

Obr. 2.8 představuje lokální matici elementu vycházející z Euler-Bernoulliho teorie, která je založena na předpokladu o zachování kolmosti průřezů nosníku na osu nosníku. V případě, že nejsou příčné rozměry nosníku vůči rozměru podélnému zanedbatelné, je tento předpoklad mylný a je nutné k výpočtům použít matici tuhosti z obr. 2.9. Na obr. 2.9 je vyobrazena lokální matice tuhosti elementu vycházející z Timoshenkovy teorie ohybu nosníku, ve které je zahrnut vliv deformace od posouvající síly. Odvození lze nalézt v odborné literatuře [1].

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3(1+\phi_z)} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3(1+\phi_z)} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 & \frac{(4+\phi_z)EI_y}{L(1+\phi_z)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 & \frac{(2-\phi_z)EI_y}{L(1+\phi_z)} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)EI_z}{L(1+\phi_y)} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)EI_z}{L(1+\phi_y)} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3(1+\phi_z)} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3(1+\phi_z)} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 & \frac{(2-\phi_z)EI_y}{L(1+\phi_z)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} & 0 & \frac{(4+\phi_z)EI_y}{L(1+\phi_z)} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(2-\phi_y)EI_z}{L(1+\phi_y)} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\phi_y)EI_z}{L(1+\phi_y)} \end{bmatrix}$$

Obr. 2.9 – Lokální matice tuhosti prostorového rámového prvku (Timoshenkovo typu)

2.1.8 Tvorba globální matice tuhosti

Po diskretizaci spojitého kontinua a následné matematické formulaci každého elementu se přikročí k tvorbě globální matice tuhosti. Každá lokální matice tuhosti představuje část z celkové energie napjatosti kontinua. Tvorba globální matice tuhosti spočívá ve sdružení všech lokálních matic do jedné, takto vzniklá matice popisuje chování celého zkoumaného kontinua, resp. představuje energii napjatosti celého kontinua.

Všechny lokální matice tuhosti jsou vyjádřeny v lokálním souřadnicovém systému. Před jejich sdružením do jedné, je nutné je transformovat do globálního souřadnicového systému. Mezi deformačními parametry v globálním a lokálním souřadnicovém systému existuje vztah:

$$\{u_i\} = [T] \cdot \{\bar{u}_i\} \quad (2.56)$$

kde

$\{u_i\}$ představuje deformační parametry v lokálním souřadnicovém systému (posuvy či natočení)

$[T]$ je transformační matice

$\{\bar{u}_i\}$ představuje deformační parametry v globálním souřadnicovém systému

Deformační energie je obecně vyjádřena v lokálním souřadnicovém systému:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \{u_i\}^T \cdot [K_{LOC}] \cdot \{u_i\} \quad (2.57)$$

Tedy:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \{\bar{u}_i\}^T \cdot [T]^T \cdot [K_{LOC}] \cdot [T] \cdot \{\bar{u}_i\} \quad (2.58)$$

Před sdružením lokálních matic do matice globální, je nutné provést tzv. transformaci:

$$[\bar{K}_{LOC}] = [T]^T \cdot [K_{LOC}] \cdot [T] \quad (2.59)$$

$[\bar{K}_{LOC}]$ je lokální matice tuhosti v globálním souřadnicovém systému

$[K_{LOC}]$ je lokální matice tuhosti v lokálním souřadnicovém systému

Transformace má vždy tuto podobu. Proces tvorby globální matice tuhosti spočívá v transformaci všech lokálních matic tuhosti do globálního souřadnicového systému a jejich následném sloučení. Globální matice tuhosti má rozměry: počet stupňů volnosti soustavy x počet stupňů volnosti soustavy, jedná se tedy o čtvercovou matici. Lokální příspěvky se do matice umisťují na základě stupňů volnosti daného elementu. Transformační matice pro prostorový rámový prvek má tvar:

$$T = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

kde

$$R = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Obsazení matice R se určí např. pomocí „metody třetího uzlu (Third node method)“, nebo pomocí Eulerových úhlů.

2.1.9 Okrajové podmínky a řešení soustavy

Řešení maticové rovnice bez aplikování okrajových podmínek není možné, protože je globální matice tuhosti singulární. Singularita se projevuje tím, že determinant matice $[K]$ je roven nule nebo také tím, že jedno z vlastních čísel má nulovou hodnotu. Výsledek řešení takové soustavy představuje z fyzikálního hlediska posuv systému jako tuhého celku. Singularita se odstraní právě aplikováním okrajových podmínek, tím dojde k odstranění možnosti systému pohnout se jako tuhý celek. Okrajové podmínky mohou být silové (aplikuje se zatížení) nebo kinematické (předepisují se hodnoty posunutí).

Globální matice tuhosti je tedy dána součtem lokálních matic tuhosti jednotlivých elementů a vystupuje jako matice koeficientů soustavy lineárních algebraických rovnic. $[K]$ má výhodnou pásovou strukturu – koeficienty jsou rozmístěny v pásu kolem hlavní diagonály. Další užitečnou vlastností je pozitivní definitnost – matice je symetrická a její vlastní čísla nabývají kladných hodnot. Tyto vlastnosti přispívají k efektivní řešitelnosti. K řešení základní maticové rovnice MKP se používají metody přímé a iterační. Mezi přímé metody patří Gaussova eliminační metoda a její modifikace a mezi iterační patří např. Jacobiova, Gauss-Seidelova metoda.

Výsledkem řešení základní rovnice jsou primární proměnné, tj. v případě deformační varianty metody konečných prvků se jedná o posuvy. Sekundární proměnné (napětí a deformace) se získají z proměnných primárních.

2.2 Testovací příklady

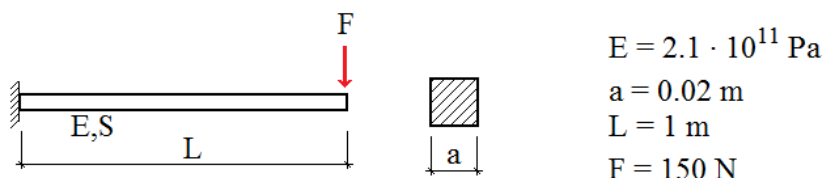
V této části práce je provedeno řešení pěti jednoduchých testovacích úloh. Každá z úloh si klade za cíl jednoduše popsat a charakterizovat metody a postupy, jež jsou algoritmizovány ve vlastním softwaru.

2.2.1 Testovací příklad č. 1

Příklad č. 1 si klade za cíl ověřit základní následující principy: sestavení globální matice tuhosti/globálního vektoru zatížení a aplikace geometrických okrajových podmínek přímou metodou.

Zadání

Je dán vetknutý nosník délky L , čtvercového průřezu plochy S , který je na volném konci zatížen osamělou silou F . Nosič je vyroben z oceli, jíž přísluší modul pružnosti v tahu E . Úkolem bylo provedení deformační analýzy.



Obr. 2.10 – Zadání testovacího příklad č. 1

Příklad byl řešen jako rovinná úloha. Vzhledem k charakteru zatížení, byl pro řešení vybrán rovinný nosníkový element (Bernoulliho typu), viz obr. 2.2. K řešení úlohy byl v programovacím jazyce Python vytvořen software, který pro libovolný počet elementů, automaticky sestaví globální matici tuhosti a globální vektor zatížení, aplikuje okrajové podmínky přímou metodou a následně vyřeší základní maticovou rovnici.

Sestavení globální matice tuhosti

Globální matice tuhosti $[K]$ se získá umístěním lokálních matic tuhosti všech elementů. $[K]$ je matice o rozměrech $(n \times n)$, kde n představuje počet stupňů volnosti soustavy. Proces umísťování lokálních příspěvků lze fyzikálně interpretovat jako zpětné sestavení jednotlivých elementů do původního spojitého kontinua. V prvním kroku se nejprve každému elementu přiřadí vektor stupňů volnosti. Prostřednictvím přiřazených stupňů volnosti se poté lokální příspěvky umístí.

Sestavení globálního vektoru zatížení

Globální vektor zatížení je vektor rozměru (n). Jednotlivé pozice vektoru {f} přísluší stupňům volnosti soustavy. Silové okrajové podmínky je nutné aplikovat na odpovídající pozice vektoru. Síly a momenty jsou aplikovány v globálním souřadnicovém systému.

Aplikace okrajových podmínek přímou metodou

Aplikací okrajových podmínek přímou metodou se rozumí matematická úprava vybraných řádků a sloupců globální matice tuhosti a vektoru zatížení. V globální matici tuhosti se vynulují řádky a sloupce, náležící nulovým neznámým posunutím, případně natočením, pouze na místa diagonálních členů se zapíše jednička. V globálním vektoru zatížení se také zapisují nuly na pozice odpovídající nulovým neznámým posunutím/natočením.

Po sestavení matice [K] a vektoru {f} se přikročí k řešení základní rovnice metody konečných prvků. K řešení je využit předdefinovaný skript programovacího jazyka Python knihovny NumPy s názvem „linalg.solve“, který je určen k řešení soustavy lineárních rovnic.

Výpočet reakcí

Výpočet reakcí při aplikaci okrajových podmínek přímou metodou, probíhá následovně: Prvním krokem je řešení základní maticové rovnice ze vztahu 2.62.

$$\{u\} = [K]^{-1} \cdot \{f\} \quad (2.62)$$

V následujícím kroku je nutné provést součin, dle vztahu 2.63.

$$\{f_R\} = [K] \cdot \{u\} \quad (2.63)$$

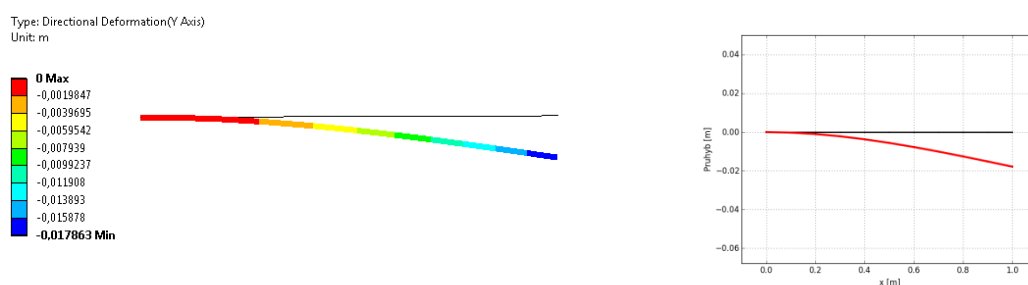
{u} je vektor posunutí, získaný řešením základní maticové rovnice,

[K] je globální matice tuhosti, **bez** aplikovaných okrajových podmínek.

Řešením rovnice je vektor $\{f_R\}$, v němž jsou na odpovídajících pozicích obsaženy hledané reakce. Hodnoty reakčních sil se vyskytují na pozicích, které náležejí stupňům volnosti odebraným vazbami.

Výsledky analýzy

Výsledky analýzy získané prostřednictvím vlastního softwaru byly srovnány s výsledky získanými v Ansysu. Analýza byla provedena pro několik variant diskretizace.



Obr. 2.11 – Průhyb nosníku

Z obr. 2.11 vyplývá, že maximálního průhybu a natočení je dosaženo na volném konci nosníku.

Tabulka 1 – Maximální průhyb vetknutého nosníku

Počet elementů	Ansys [mm]	Python [mm]
1	-17,86	-17,86
5	-17,86	-17,86
10	-17,86	-17,86

Tabulka 2 – Maximální natočení vetknutého nosníku

Počet elementů	Ansys [rad]	Python [rad]
1	-0,0268	-0,0268
5	-0,0268	-0,0268
10	-0,0268	-0,0268

Tabulka 3 – Reakce ve vetknutí

Silová reakce ve vetknutí [N]			Momentová reakce ve vetknutí [Nm]		
Počet elementů	Ansys	Python	Počet elementů	Ansys	Python
1	150	150	1	150	150
5	150	150	5	150	150
10	150	150	10	150	150

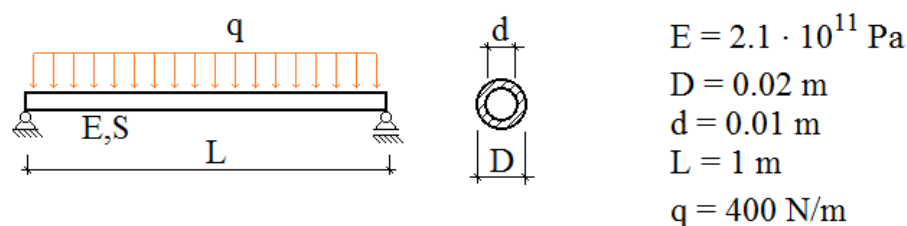
Hodnoty reakcí a posuvů se shodují. Výše zmíněné postupy sestavení globální matice tuhosti, globálního vektoru zatížení a aplikace okrajových podmínek přímou metodou lze považovat za ověřené a platné.

2.2.2 Testovací příklad č. 2

Cílem příkladu č. 2 je ověřit další ze základních principů, a to sestavení vektoru $\{f\}$ při zatížení objektu spojitým zatížením a aplikaci okrajových podmínek nepřímou metodou.

Zadání

Je dán nosník, délky L , mezi-kruhového průřezu, uložený na dvou kloubových podporách a je po celé délce zatížen konstantním spojitým zatížením q . Nosič je vyroben z oceli s modulem pružnosti v tahu E . Úkolem bylo provést deformační analýzu.



Obr. 2.12 – Zadání testovacího příkladu č. 2

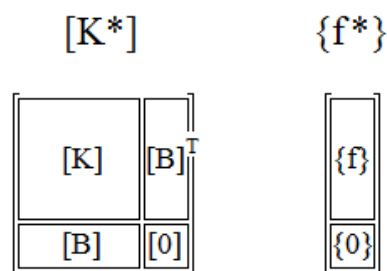
Příklad byl řešen jako rovinná úloha. K řešení byl vybrán rovinný rámový element (Bernoulliho typu), viz obr. 2.3. K řešení úlohy byl vytvořen software v programovacím jazyce Python. Software pro libovolný počet elementů automaticky sestaví globální matici tuhosti, globální vektor zatížení, aplikuje okrajové podmínky a poté vyřeší soustavu rovnic. Sestavení globální matice tuhosti se řídí stejnými pravidly jako v příkladu č. 1.

Sestavení globálního vektoru zatížení

Sestavení vektoru $\{f\}$ pro případ tělesa zatíženého spojitým zatížením lze shrnout do dvou kroků. Nejprve se pro každý element určí lokální vektor zatížení $\{f_{loc}\}$. Jednotlivé lokální vektory se poté, na základě stupňů volnosti, umístí do vektoru globálního. Schéma k sestavení lokálního vektoru zatížení je umístěno v přílohách, viz příloha D.

Aplikace okrajových podmínek nepřímou metodou

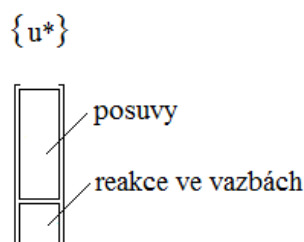
Aplikace geometrických okrajových podmínek touto metodou spočívá ve vytvoření rozšířené matice $[K^*]$ a rozšířeného vektoru $\{f^*\}$, dle následujícího schématu:



Obr. 2.13 – Schémata matice $[K^*]$ a vektoru $\{f^*\}$

Matice $[K^*]$ vznikne systematickým umístěním globální matice tuhosti, matice okrajových podmínek $[B]$, resp. transponované matice $[B]^T$ a matice nul $[0]$. Matice okrajových podmínek nabývá rozměrů $(n \times \text{DOF})$ kde DOF představuje počet stupňů volnosti soustavy a n je rovno počtu stupňů volnosti, odebraných vazbami. V každém řádku matice $[B]$ se aplikuje jedna z okrajových podmínek a to tak, že se na pozici odpovídající odebranému stupni volnosti umístí jednička. Čtvercová nulová matice nabývá rozměru $(n \times n)$. Vektor $\{f^*\}$ vznikne systematickým umístěním globálního vektoru zatížení, a nulového vektoru $\{0\}$ velikosti (n) .

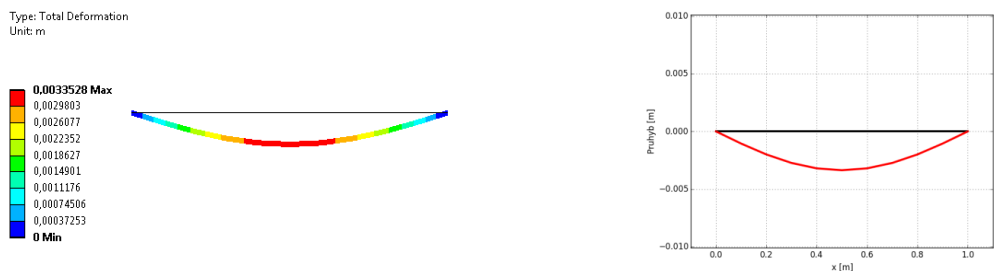
Posledním krokem je řešení základní maticové rovnice, kde je místo globální matice tuhosti dosazena rozšířená matice $[K^*]$, a místo globálního vektoru zatížení je dosazen rozšířený vektor $\{f^*\}$. Výstupem je rozšířený vektor $\{u^*\}$, jehož struktura je zobrazena na následujícím obrázku:



Obr. 2.14 – Struktura rozšířeného vektoru $\{u^*\}$

Výsledky analýzy

Analýza byla provedena pro několik variant diskretizace.



Obr. 2.15 - Průhyb nosníku

Z obr. 2.15 vyplývá, že maximálního posuvu je dosaženo uprostřed nosníku a maximálního natočení v místech kloubového uložení. V následujících tabulkách jsou vypsány a srovnány hledané výsledky. Výsledky označené jako Python I představují řešení, ve kterém byly aplikovány okrajové podmínky metodou přímou a výsledky označené jako Python II představují řešení, ve kterém byly okrajové podmínky aplikovány metodou nepřímou.

Tabulka 4 – Maximální průhyb nosníku

Počet elementů	Ansys [mm]	Python I [mm]	Python II [mm]
1	0	0	0
5	-3,12	-3,21	-3,21
10	-3,35	-3,37	-3,37

Tabulka 5 – Maximální natočení nosníku

Počet elementů	Ansys [rad]	Python I [rad]	Python II [rad]
1	0	0	0
5	0,0104	0,0108	0,0108
10	0,0107	0,0108	0,0108

Tabulka 6 – Reakční síly ve vazbách

Počet elementů	Ansys [N]	Python I [N]	Python II [N]
1	200	0	200
5	200	160	200
10	200	180	200

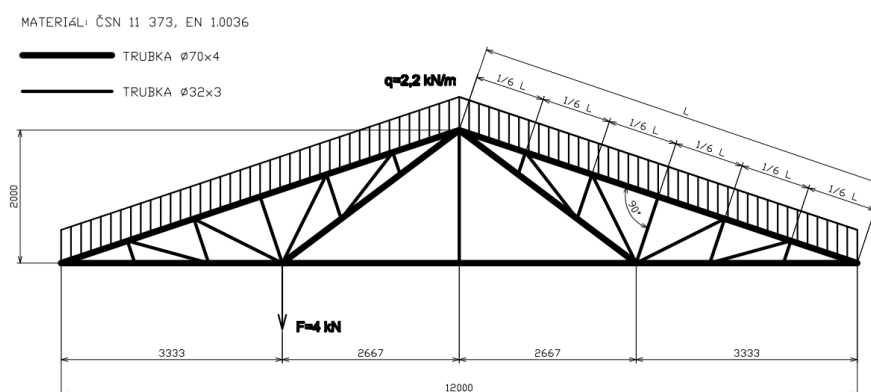
Z tabulek je patrné, že použitím jakékoliv metody aplikace okrajových podmínek, se získají naprosto stejné posuvy a natočení. Z výsledků vyplývá, že na přesnost výsledků má vliv diskretizace, jemnější diskretizace vede k získání přesnějších výsledků. K výpočtu reakcí je výhodnější použít druhou z metod aplikace okrajových podmínek. Použitím přímé metody dochází k přepsání části vektoru $\{f\}$ a tudíž jsou výpočty reakcí méně přesné. Tuto nepřesnost lze kompenzovat použitím velkého počtu elementů.

2.2.3 Testovací příklad č. 3

Cílem tohoto příkladu je aplikovat výše zmíněné principy při řešení složitější a komplexnější úlohy.

Zadání

Je dána střešní konstrukce, zatížená osamělou silou F a spojitým zatížením q simulující zatížení sněhem. Jedná se o ocelovou konstrukci, uloženou pomocí dvou kloubových vazeb pevných. Geometrii střechy lze vyčíst z obrázku:



Obr. 2.16 – Střešní konstrukce

Pro ocel ČSN 11 373 je charakteristický modul pružnosti v tahu $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$. Úkolem je určit maximální posuv konstrukce, reakce ve vazbách.

Příklad byl také řešen jako rovinná úloha, K diskretizaci byl použit rovinný rámový element Bernoulliho typu. Analýza byla provedena prostřednictvím vlastního softwaru, vytvořeného v programovacím jazyce Python a její výsledky byly srovnány s výsledky analýzy získané v komerčním softwaru.

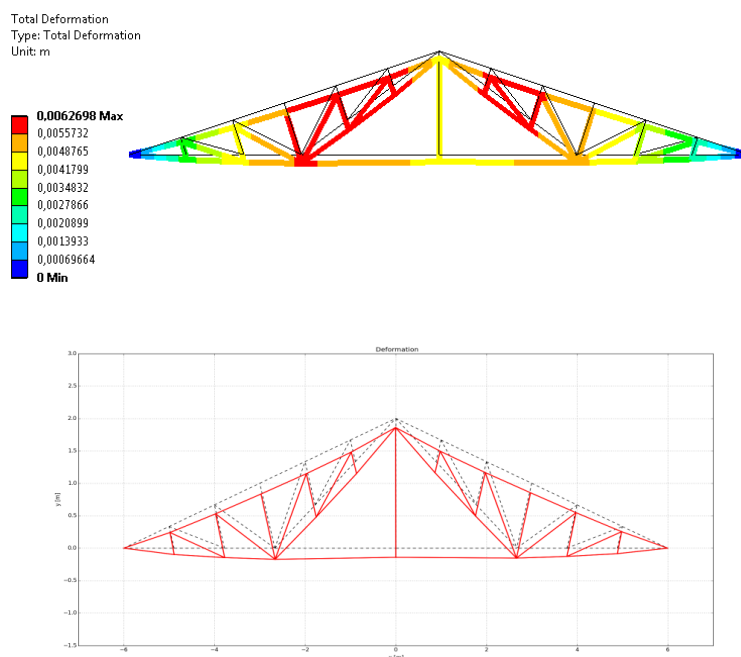
Sestavení globální matice tuhosti s užitím transformační matice

V obou předchozích testovacích příkladech byl analyzovaný objekt, tj. nosník, vždy uložen tak, že jeho lokální souřadnicový systém byl totožný se systémem globálním. V takovém případě je sestavení globální matice tuhosti obecně zjednodušeno – sestavení lze provést bez transformace. V případech, kdy nejsou souřadnicové systémy totožné, není již toto zjednodušení možné, což platí i zde. Proces sestavení globální matice tuhosti s užitím transformační matice je popsán a odvozen v kapitole 2.1.8 a spočívá v přenásobení každé lokální matice tuhosti transformační maticí, resp. transponovanou transformační maticí dle vztahu 2.59. Tvar transformační matice závisí na typu elementu.

K sestavení globálního vektoru zatížení jsou využity principy popsané v předchozích příkladech. Okrajové podmínky jsou aplikovány jak přímou, tak nepřímou metodou.

Výsledky analýzy

Při řešení byla použita nejhrubší možná diskretizace – každý nosník konstrukce byl diskretizován jedním elementem.



Obr. 2.17 – Průhyb střešní konstrukce

V následující tabulce jsou srovnány hodnoty maximálního posuvu. Python I představuje výsledky řešení, při kterém byly aplikovány okrajové podmínky přímou metodou, Python II řešení při kterém byly aplikovány okrajové podmínky metodou nepřímou.

Tabulka 7 – Maximální posuv konstrukce

Ansys [mm]	Python I [mm]	Python II [mm]
6,27	6,31	6,31

Z tabulek vyplývá, že ať už jsou okrajové podmínky aplikovány přímou metodou, či metodou nepřímou, jsou primární neznámé – posuvy vždy stejné. Relativní chyba mezi výsledky je v obou případech menší než 1%.

Tabulka 8 – Reakční síly ve vazbách



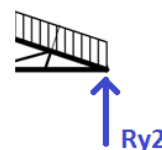
Silová reakce Rx1 [N]	
Ansys	34 556
Python I	34 922
Python II	34 922



Silová reakce Ry1 [N]	
Ansys	16 803
Python I	15 643
Python II	16 803



Silová reakce Rx2 [N]	
Ansys	34 556
Python I	34 922
Python II	34 922



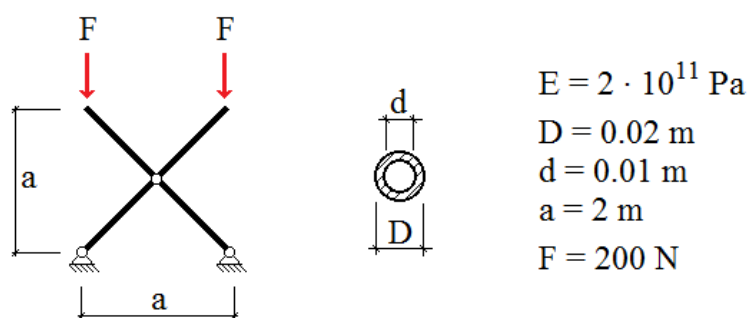
Silová reakce Ry2 [N]	
Ansys	15 025
Python I	13 866
Python II	15 025

V tabulkách jsou uvedeny výsledné hodnoty reakcí v obou kloubových podporách. Výpočet reakcí ve směru osy x lze považovat za velmi přesný, obě varianty vlastního software přinesly stejné výsledky, které se od výsledků z Ansysu liší zhruba o 1%. Nicméně výpočet reakcí ve směru osy y už nebyl tak přesný. V tomto případě se jako lepší z metod aplikace okrajových podmínek jeví nepřímá metoda, výsledky získané použitím této metody se od výsledků získané pomocí komerčního softwaru neliší, zatímco druhá z metod se liší zhruba o 7%.

2.2.4 Testovací příklad č. 4, část 1.

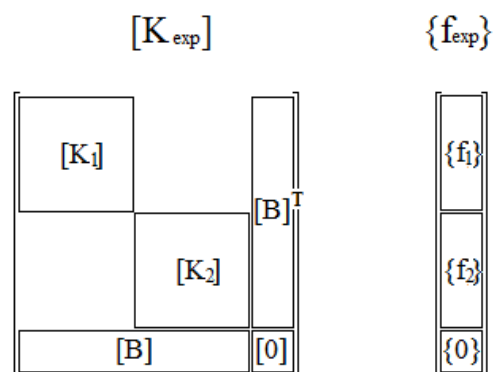
Cílem testovacího příkladu č. 4 je ověřit postup, kterým je možné vzájemně propojit dvě a více těles pomocí vnitřních vazeb, např. pomocí vnitřního kloubu. Předmětem analýzy příkladu č. 4 je typická úloha z této oblasti mechaniky, nůžkový zvedák.

Na obr. 2.18 níže je schéma jednoduchého nůžkového mechanismu tvořeného dvěma totožnými rameny, která jsou spojena vnitřním kloubem. Geometrie tj. délky a profily obou ramen, je patrná z obr. 2.18. Obě ramena jsou vyrobená z oceli. Mechanismus je analyzován v zajištěné poloze a je zatížen dvojicí sil představující zatížení zdvihací plošiny.



Obr. 2.18 – Testovací příklad č. 4

Příklad č. 4 byl řešen jako rovinná úloha, k řešení úlohy byl vybrán rovinný rámový element Bernoulliho typu. Tento typ úlohy se řeší ve dvou krocích. V prvním kroku se zkoumaný objekt rozdělí na jednotlivé části, které se řeší samostatně. Každá část se zvlášť vysítuje a následně matematicky formuluje. Na vzniklé globální matice tuhosti se poté zvlášť aplikují geometrické okrajové podmínky, které zahrnují pouze vnější vazby. U obou těles se také sestaví globální vektory zatížení. V druhém kroku dochází aplikací vnitřních okrajových podmínek k opětovnému sloučení těles. Aplikace vnitřních okrajových podmínek spočívá ve vytvoření matice $[K_{\text{exp}}]$ a vektoru $\{f_{\text{exp}}\}$, dle následujícího schématu:

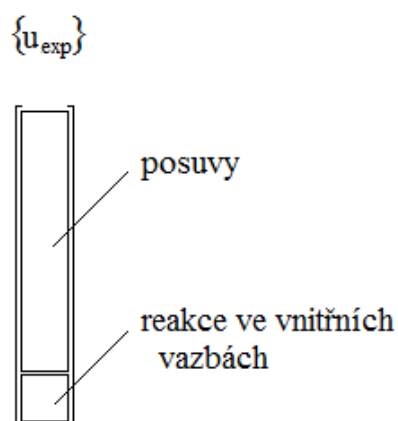


Obr. 2.19 – Struktura matice $[K_{\text{exp}}]$ a vektoru $\{f_{\text{exp}}\}$

Matice $[K_{\text{exp}}]$ vznikne systematickým umístěním obou globálních matic tuhosti, matice vazebných rovnic $[B]$, resp. transponované matice $[B]^T$ a nulové matice $[0]$. Matice vazebných rovnic nabývá rozměru $(m \times [\text{DOF}_1 + \text{DOF}_2])$, kde DOF_1 představuje počet stupňů volnosti prvního ramene a DOF_2 je roven počtu stupňů volnosti druhého ramene, m je rovno počtu stupňů volnosti, které je nutné svázat. Čtvercová matice $[0]$ nabývá rozměrů $(m \times m)$. Vektor $\{f_{\text{exp}}\}$ vynikne systematickým umístěním obou globálních vektorů zatížení. Vektor $\{0\}$ nabývá velikosti (m) . Po sestavení matice $[K_{\text{exp}}]$ a vektoru $\{f_{\text{exp}}\}$ se přikročí k řešení upravené maticové rovnice:

$$[K_{\text{exp}}] \cdot \{u_{\text{exp}}\} = \{F_{\text{exp}}\} \quad (2.64)$$

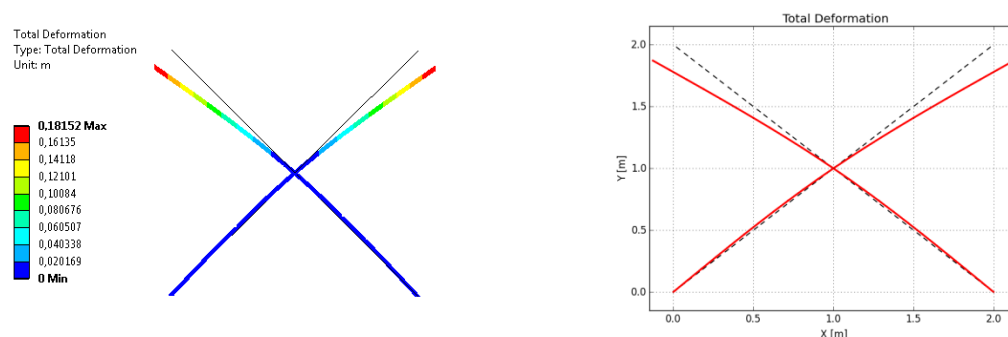
Jejím řešením je vektor $\{u_{\text{exp}}\}$:



Obr. 2.20 – Struktura vektoru $\{u_{\text{exp}}\}$

Výsledky analýzy

Deformační analýza byla provedena pomocí vlastního softwaru a také pomocí komerčního softwaru Ansys Workbench 15. Každé z ramen bylo v obou případech diskretizováno 22 elementy. Okrajové podmínky byly aplikovány pouze přímou metodou.



Obr. 2.21- Srovnání celkového průhybu

Z obr. 2.21 vyplívá, že maximálního posunutí je dosaženo na volných koncích obou ramen. Vzhledem k symetrii je možné sledovat hodnoty pouze jednoho z volných konců.

Tabulka 9 – Posuv uzlu na volném konci ramene mechanismu

	Ansys [mm]	Python [mm]
$u_{x,\max}$	128,34	128,05
$u_{y,\max}$	-128,37	-128,07
$u_{total,\max}$	181,52	181,11

Tabulka 10 - Reakce

Silové reakce ve vnější kloubové vazbě [N]		
	Ansys	Python
F_x	400	400
F_y	200	200

Reakce ve vnitřním kloubu [N]		
	Ansys	Python
F_x	-400	-400
F_y	0	0

2.2.5 Testovací příklad č. 4, část 2.

Druhá část příkladu č. 4 je zaměřena na ověření postupu pro stanovení vnitřních statických účinků (VSÚ). Postup je aplikován pouze na jednom rameni mechanismu.

Před stanovením vnitřních statických účinků je nutné provést deformační analýzu objektu, jelikož výsledky deformační analýzy, které zahrnují posuvy a natočení uzlů, jsou základním vstupem při řešení této úlohy. Základním vztahem pro stanovení vnitřních statických účinků, který je zde uveden bez odvození, je vztah 2.65:

$$\{f_{i,IF}\} = [K_{LOC}] \cdot [T_i] \cdot \{u_i\} \quad (2.65)$$

kde

$[K_{LOC}]$ je lokální matice tuhosti elementu

$[T_i]$ je transformační matice příslušící daného elementu

$\{u_i\}$ je vektor posuvů elementu

$\{f_{i,IF}\}$ je vektor vnitřních sil elementu

Výpočet VSÚ není možné uskutečnit v jednom kroku jako např. řešení základní maticové rovnice. Tento výpočet se provádí v tolika krocích, kolika elementy je daný objekt diskretizován. V každém kroku se sestaví rovnice dle vztahu 2.65, jejím řešením je vektor vnitřních sil elementu. Je-li kontinuum diskretizováno „k“ elementy, je výsledkem procesu „k“ vektorů vnitřních sil. Z takto zjištěných vnitřních statických účinků je dále možné dle následujících vztahů stanovit napětí:

Normálové napětí v tahu:

$$\sigma_{TAH / TLAK} = \frac{N}{A} \quad (2.66)$$

kde N představuje osovou sílu, A plochu průřezu

Normálové napětí v ohybu 2D

$$\sigma_{OHYB} = \frac{M}{I} \cdot r \quad (2.67)$$

kde M je ohybový moment, I kvadratický moment průřezu a r vzdálenost krajního vlákna od středu průřezu.

Normálové napětí v ohybu 3D

$$\sigma_{OHYB} = \frac{D \cdot \sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{2 \cdot I} \quad (2.68)$$

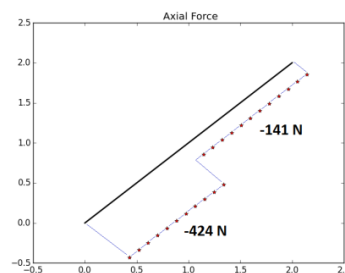
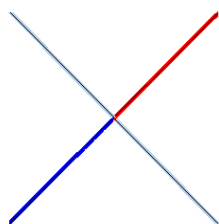
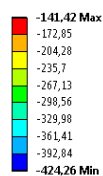
kde D představuje vnější průměr, M_y a M_z ohybové momenty a I kvadratický moment průřezu.

Celkové normálové napětí

$$\sigma_{CELK} = \sigma_{TAH / TLAK} + \sigma_{OHYB} \quad (2.69)$$

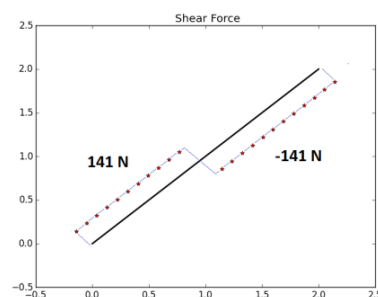
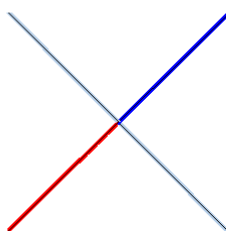
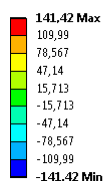
Výsledky analýzy 2D úlohy

Axial Force
Type: Directional Axial Force (Unaveraged)(X Axis)
Unit: N



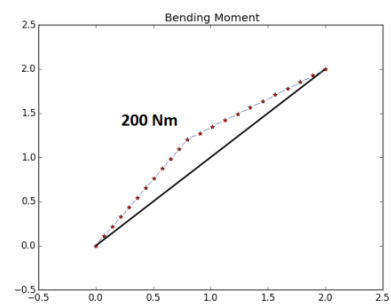
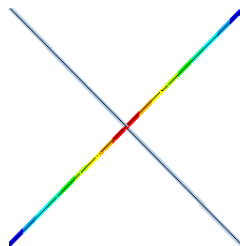
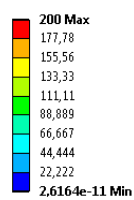
Obr. 2.22 – Srovnání průběhu osových sil

Directional Shear Force
Type: Directional Shear Force (Unaveraged)(Y Axis)
Unit: N



Obr. 2.23 – Srovnání průběhu posouvajících sil

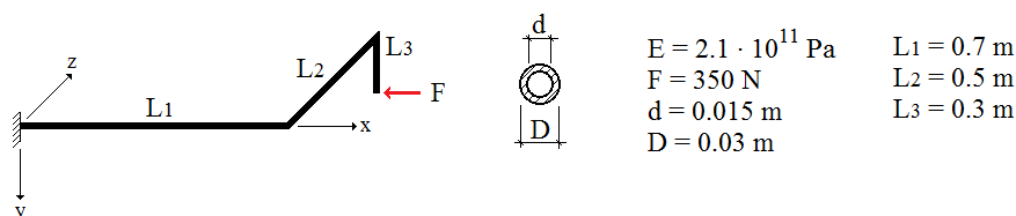
Total Bending Moment
Type: Total Bending Moment (Unaveraged)
Unit: N-m



Obr. 2.24 – Srovnání průběhu ohybových momentů

2.2.6 Testovací příklad č. 5

Cílem testovacího příkladu č. 5 je ověřit platnost postupů, použitých při řešení rovinných úloh, u úloh prostorových. Předmětem analýzy je vetknutý pravoúhlý lomený nosník z oceli, konstantního průřezu, zatížený silou F dle následujícího obrázku:

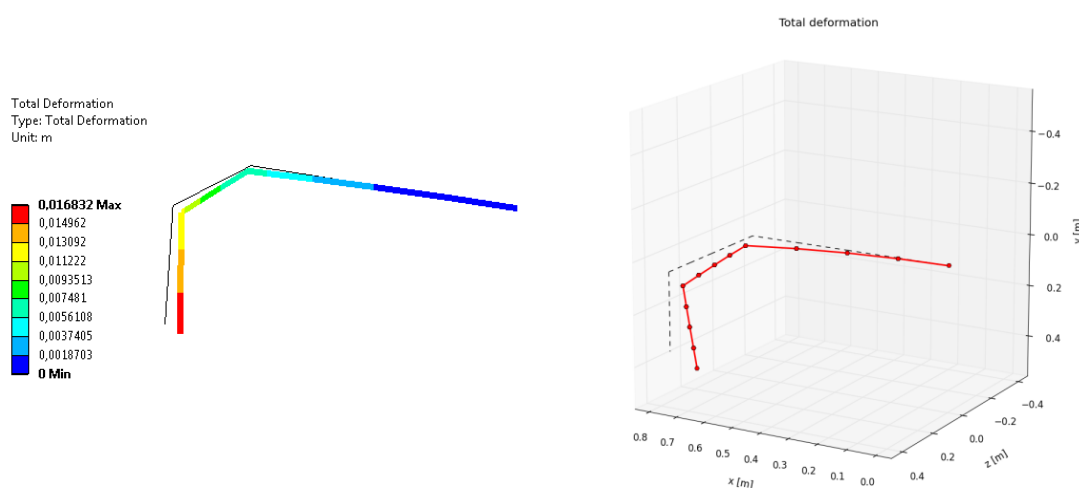


Obr. 2.25 – Testovací příklad č. 5

K řešení úlohy byl vybrán prostorový rámový element z obr. 2.4. Sestavení globální matice tuhosti, globálního vektoru zatížení a aplikace okrajových podmínek se řídí stejnými pravidly jako v předchozích úlohách, s tím rozdílem, že je v procesu zahrnuto více stupňů volnosti.

Výsledky analýzy

V následující části jsou prezentovány výsledky analýzy. Nosník byl diskretizován 12 elementy, každá část nosníku čtyřmi. Okrajové podmínky byly aplikovány pouze přímou metodou.



Obr. 2.26 – Celkový posuv nosníku

Je patrné, že maximálního posunutí je dosaženo na volném konci lomeného nosníku. Průběh VSÚ je umístěn v přílohách, viz příloha B.

Tabulka 11 – Posuvy volného konce nosníku

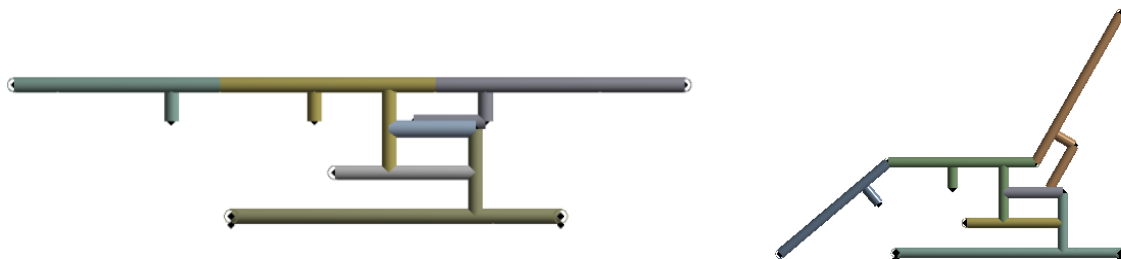
	Ansys [mm]	Python [mm]
$u_{x,\max}$	-15,57	-15,53
$u_{y,\max}$	3,29	3,27
$u_{z,\max}$	5,49	5,48
$u_{total,\max}$	16,83	16,79

Tabulka 12 – Reakční síly ve vetknutí

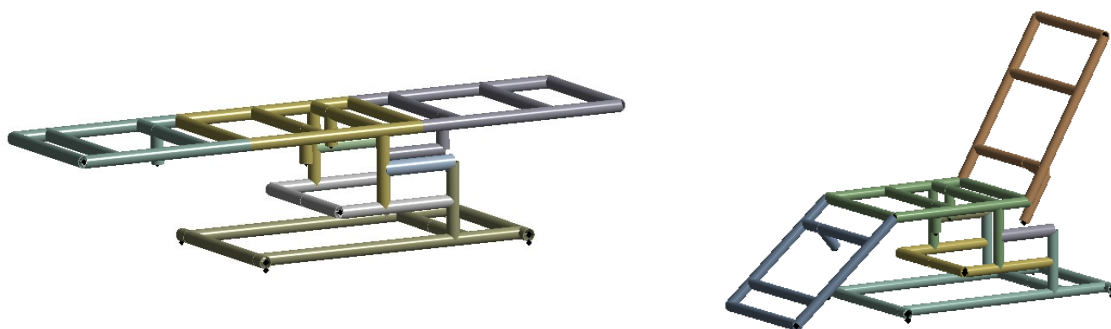
Sílové reakce ve vetknutí [N]			Momentové reakce ve vetknutí [Nm]		
	Ansys	Python		Ansys	Python
F_x	350	350	F_x	0	0
F_y	0	0	F_y	175	175
F_z	0	0	F_z	-105	-105

3 Pevnostní kontrola

Předmětem této diplomové práce je napětově-deformační analýza a optimalizace geometrie prototypu polohovatelného křesla. Pro výpočet byla přijata zjednodušená geometrie křesla, viz obr. 3.1 a 3.2:



Obr. 3.1 – CAD model prototypu křesla při různých konfiguracích



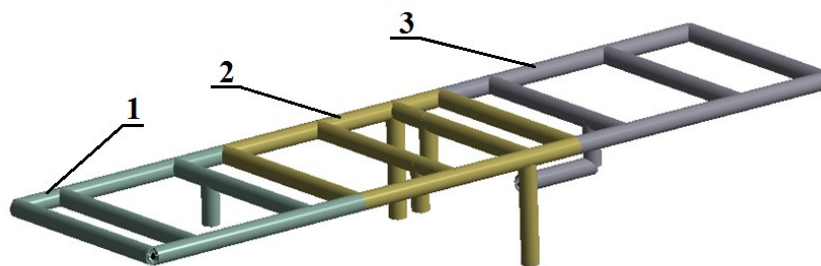
Obr. 3.2 – CAD model prototypu křesla při různých konfiguracích II

Konstrukce je tvořena pouze normovanými trubkami, resp. tyčemi, jejichž rozměry jsou uvedeny v následující tabulce. Podrobnější popis geometrie je umístěn v příloze, viz příloha A.

Tabulka 13 – Rozměry profilů

Typ	Označení	Vnější průměr	Vnitřní průměr	Tloušťka
Tyč	Ø 22	22 mm	-	-
Trubka	TR Ø 40 x 4.5	40 mm	31 mm	4.5 mm
Trubka	TR Ø 40 x 5.6	40 mm	28.8 mm	5.6 mm

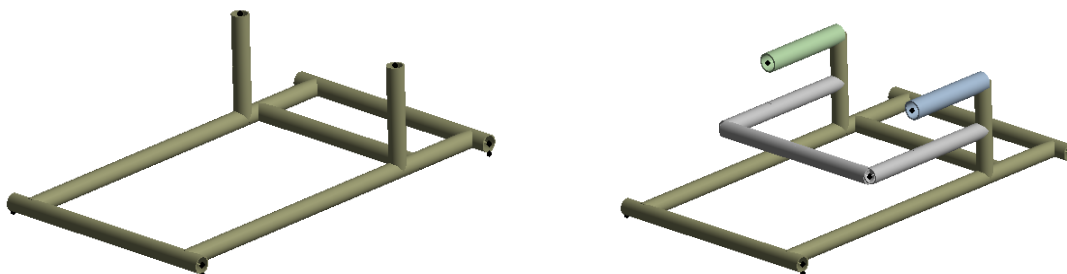
Křeslo je možné rozdělit na dvě části. První je tzv. ložná plocha, která je tvořena stehenním dílem, pánevním dílem a zádovým dílem.



Obr. 3.3 – Ložná plocha

1 - stehenní díl; 2 - pánevni díl; 3 - zádový díl.

Druhou částí křesla je podvozek, který zahrnuje rám a prvky zvedacího mechanismu.



Obr. 3.4 – Vlevo rám; vpravo rám s prvky mechanismu

Pohonné jednotky umožňující polohování křesla, byly nahrazeny nosníky odpovídající tuhosti a totéž platí i pro kolečka.

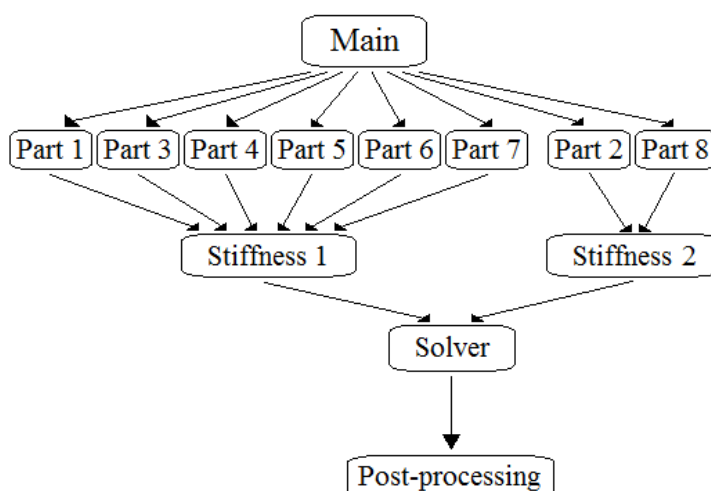
Deformačně-napěťová analýza byla provedena primárně prostřednictvím vlastního softwaru. Ten umožňuje provedení pouze statické analýzy, resp. řešení základní maticové rovnice metody konečných prvků. V tomto softwaru jsou algoritimizovány postupy a metody zahrnující tvorbu diskretizovaného modelu, sestavení globální matice tuhosti/globálního vektoru zatížení, aplikaci okrajových podmínek a řešení soustavy rovnic.

3.1 Struktura vlastního softwaru

Vlastní software byl vytvořen ve vývojovém prostředí Spyder, které je editorem pro programovací jazyk Python. Strukturu vlastního programu je možné rozdělit do 3 částí:

- preprocessing
- solution
- post-processing

První část programu, označená jako preprocessing je zaměřena na přípravu modelu. V této části je vytvořen odpovídající geometrický model, ten je následně diskretizován a matematicky formulován. V druhé části je provedena analýza (solution), jejíž výsledky jsou v poslední části prezentovány (post-processing). Detailnější strukturu vlastního programu je možné vyčíst z následujícího schématu:



Obr. 3.5 – Schéma programu

Na počátku procesu je objekt „Main“. V tomto objektu probíhá nastavení geometrických a materiálových parametrů celého křesla. Geometrické parametry zahrnují úhly, délky jednotlivých částí lůžka a také rozměry profilů. Mezi materiálové parametry jsou zahrnuty modul pružnosti v tahu E , Poissonovo číslo μ a hustota ρ . Následně jsou parametry posílány do objektů s označením „Part 1“ až „Part 8“. V každém z nich probíhá vytvoření geometrického modelu a poté diskretizace části lůžka. Výstupy těchto objektů jsou matice uzlů (matice obsahující souřadnice uzlů) a matice elementů (matice obsahující indexy uzlů daných elementům).

Vzniklé matice jsou dále posílány do objektů s označením „Stiffness_1“ a „Stiffness_2“, jejichž úkolem je každý díl lůžka matematicky formulovat. Tyto objekty

pracují s prostorovými rámovými elementy. K výpočtu je možné použít jak element založený na Bernoulliho teorii nosníků, tak i element založený na Timoshenkově teorii, viz obr. 2.8 a 2.9. Výstupy práce objektů jsou globální matice tuhosti jednotlivých částí křesla. Globální matice tuhosti jsou poté poslány do objektu „solver“, kde proběhnou poslední úpravy, zahrnující aplikaci geometrických a silových okrajových podmínek. V tomto objektu je následně provedena analýza, jejíž výsledky jsou vyhodnoceny v objektu „post-processing“.

Geometrické modely jednotlivých partů vytvořených prostřednictvím vlastního softwaru jsou umístěny v přílohách, viz příloha C.

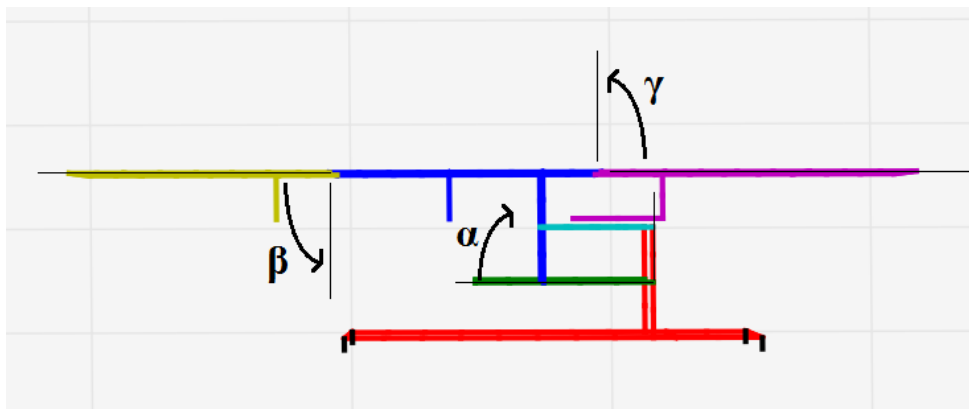
Vlastní konečnoprvkový software je umístěn v příloze E.

3.2 Analýza rámu polohovatelného křesla

Analýza rámu křesla byla provedena na základě postupu uvedeného v normě ČSN EN 60601-2-52. Dle normy musí prototyp křesla odolat rovnoměrně rozloženému statickému zatížení rovnajícímu se dvojnásobku SWL v nejméně příznivé poloze ložné plochy a nesmí dojít ke vzniku plastické deformace. Hodnota bezpečného provozního zatížení (SWL) byla zvolena následovně:

$$SWL = 2000 \text{ N}$$

Zatížení bylo rozloženo dle obr. 1.3. Nejméně příznivou polohou ložné plochy je dle normy horizontální poloha, které je dosaženo při konfiguraci úhlů $\beta = \gamma = 0$.



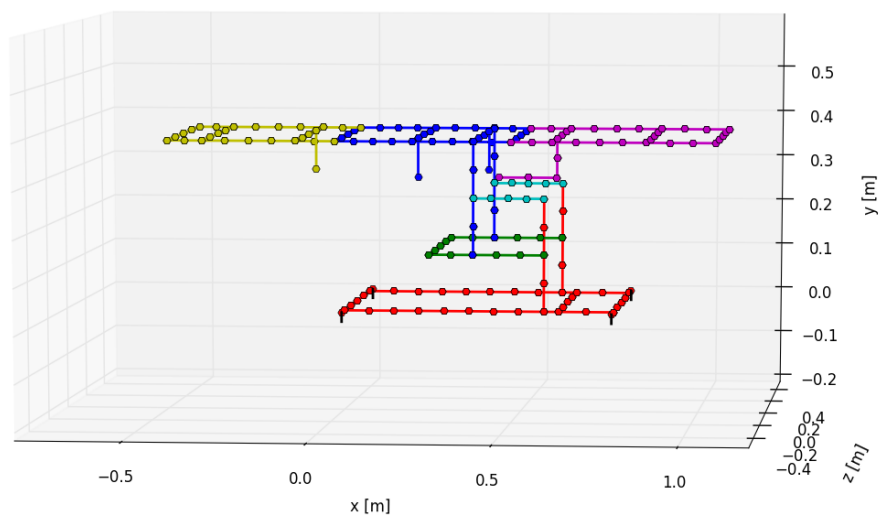
Obr. 3.6 – Horizontální poloha ložné plochy

Hodnota úhlu zdvihu, tj. úhlu α není normou jednoznačně dána a z tohoto důvodu byla analýza provedena ve formě parametrické studie s jediným nezávislým parametrem – úhlem zdvihu. Pro úhel zdvihu z intervalu $0^\circ - 50^\circ$ byly dopočítány závislé proměnné (reakční síly, posuvy a napětí).

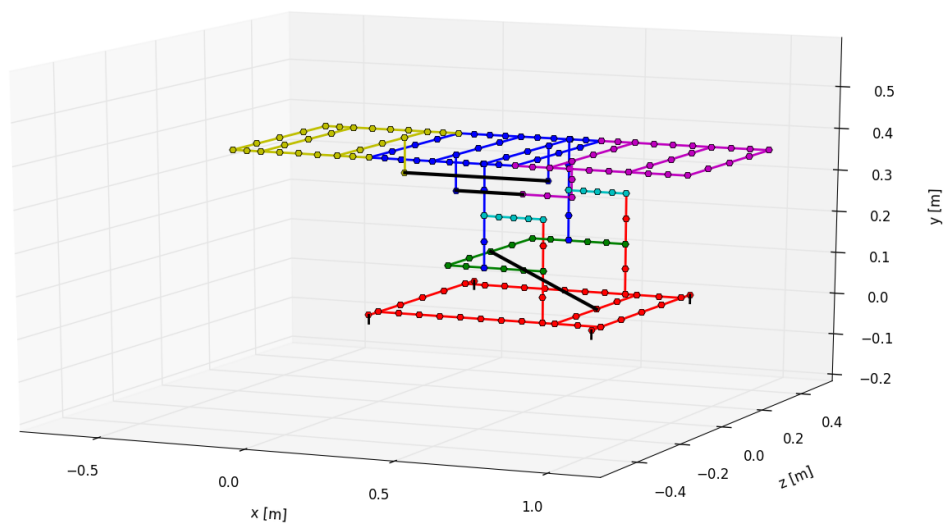
3.2.1 Preprocessing

Síť

Křeslo bylo diskretizováno 184 elementy. K diskretizaci byl použit prostorový rámový prvek založený na Timoshenkově teorii nosníků. Lokální matice tuhosti prvku je vyobrazena na obr. 2.9.



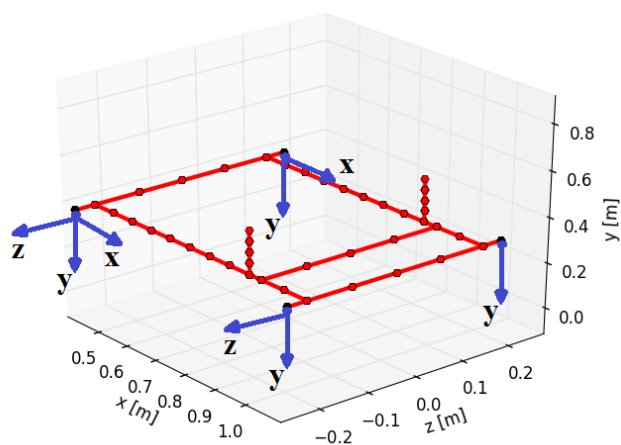
Obr. 3.7 – Diskretizace – pouze rám



Obr. 3.8 – Diskretizace – rám s pohony

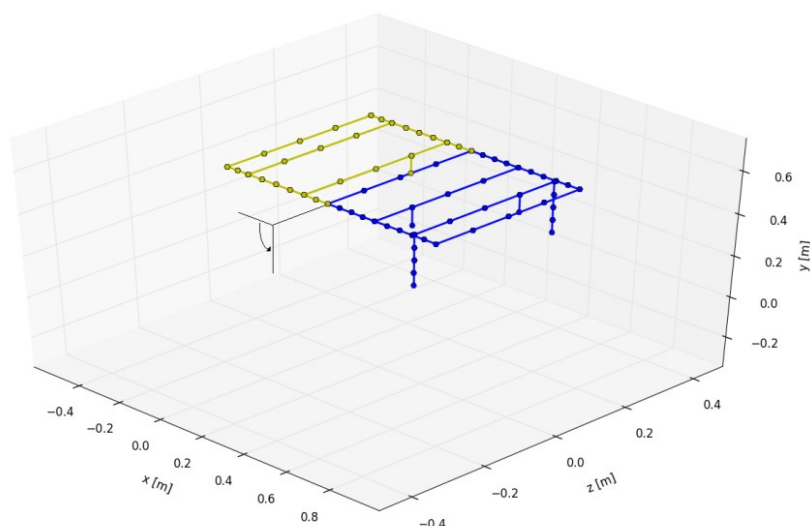
Okrajové podmínky

Geometrické okrajové podmínky byly zadány dle obr. 3.9. Vybraným bodům podvozku byly odebrány vyznačené stupně volnosti:



Obr. 3.9 – Aplikace geometrických okrajových podmínek – vnější vazby

Dále byly jednotlivé díly křesla (stehenní, pánevní atd.) vzájemně pospojovány vnitřními kloubovými vazbami, které umožňovaly vzájemné natočení dílů pouze kolem jedné osy, příklad je uveden na obr. 3.10.



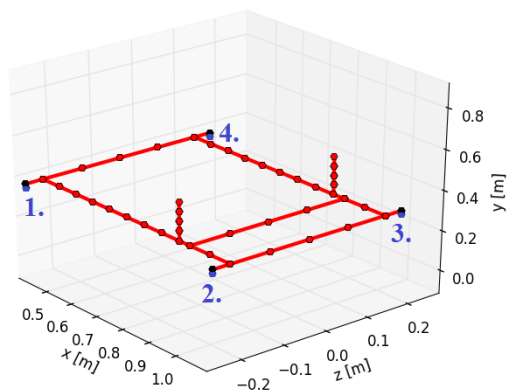
Obr. 3.10 – Aplikace geometrických okrajových podmínek – vnitřní kloubové vazby

Vazby mezi rámem a jednotlivými kolečky svazovaly všechny stupně volnosti. Silové okrajové podmínky byly zadány dle výše uvedeného postupu. Zatížení bylo rozděleno do uzlů. Výsledky analýzy rámu křesla jsou rozděleny do tří částí:

- analýza reakčních sil
- deformační analýza
- napětěová analýza

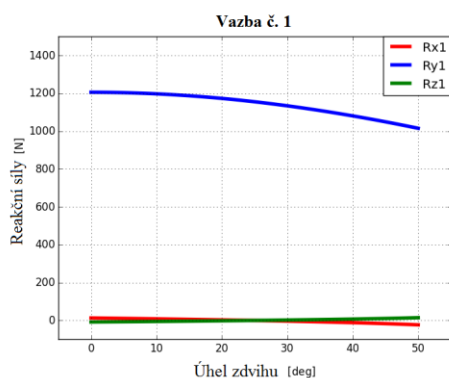
3.2.2 Analýza reakčních sil

Cílem analýzy reakčních sil bylo získat a vyhodnotit grafy závislosti reakcí ve vnějších vazbách na úhlu zdvihu. Vnější vazby jsou číslovány dle obr. 3.11.

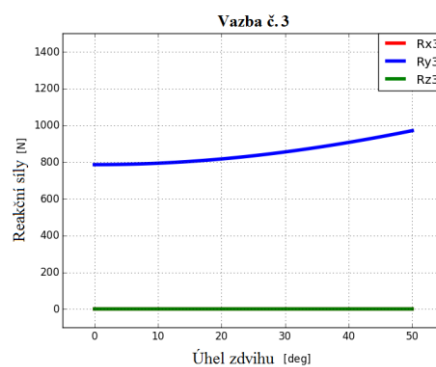


Obr. 3.11 – Číslování vazeb

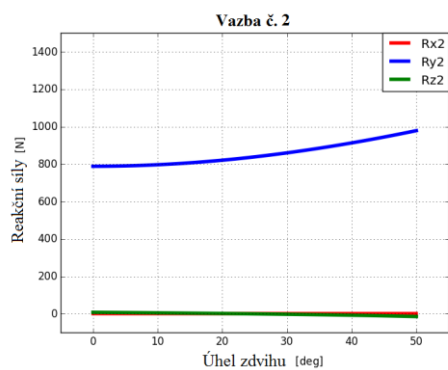
Výsledky analýzy v Pythonu:



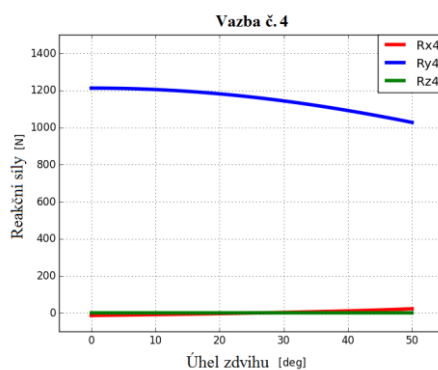
Graf 3.1 – Průběh a velikost reakčních sil
v 1. Vazbě



Graf 3.3 – Průběh a velikost reakčních sil
v 3. Vazbě

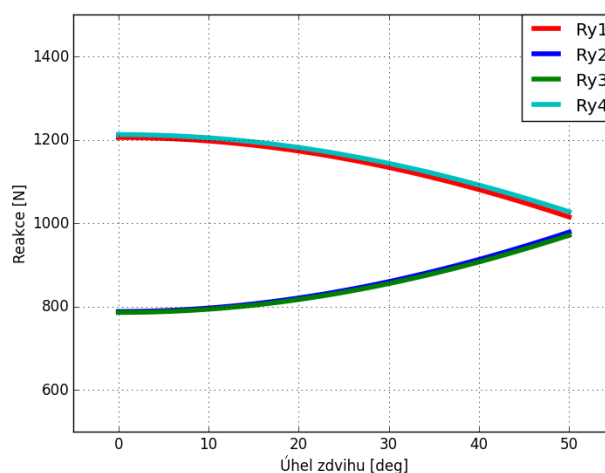


Graf 3.2 – Průběh a velikost reakčních sil
v 2. vazbě



Graf 3.4 – Průběh a velikost reakčních sil

Z grafů 3.1 až 3.4 je patrné, že dominantními složkami reakčních sil v každé vazbě jsou y-ové složky. V grafu 3.5 jsou vzájemně porovnány pouze y-ové složky reakcí.



Graf 3.5 – Průběh a velikost dominantních složek reakčních sil

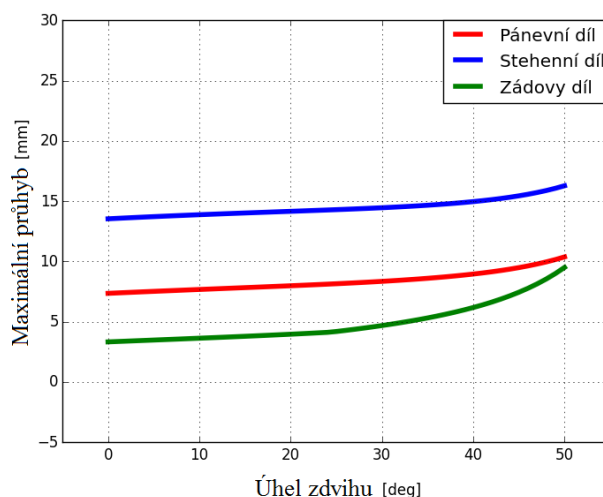
Z grafu 3.5 vyplývá, že nejméně příznivá situace odpovídá úhlu zdvihu $\alpha = 0$. V této poloze dochází k zatížení podvozku převážně v jedné části – 2 ze 4 koleček nesou přibližně 60% zátěže, zhruba 240 kg. Se zvedáním ložné plochy dochází k postupnému přesunu zátěže i na další kolečka.

Tabulka 14 – Reakční síly ve vazbách ($\alpha = 0$)

Reakční síly ve vazbách [N]				
	Vazba č. 1	Vazba č. 2	Vazba č. 3	Vazba č. 4
R_x	13,00	0	0	-13,00
R_y	1205,59	788,45	786,35	1212,6
R_z	-8,13	8,13	0	0

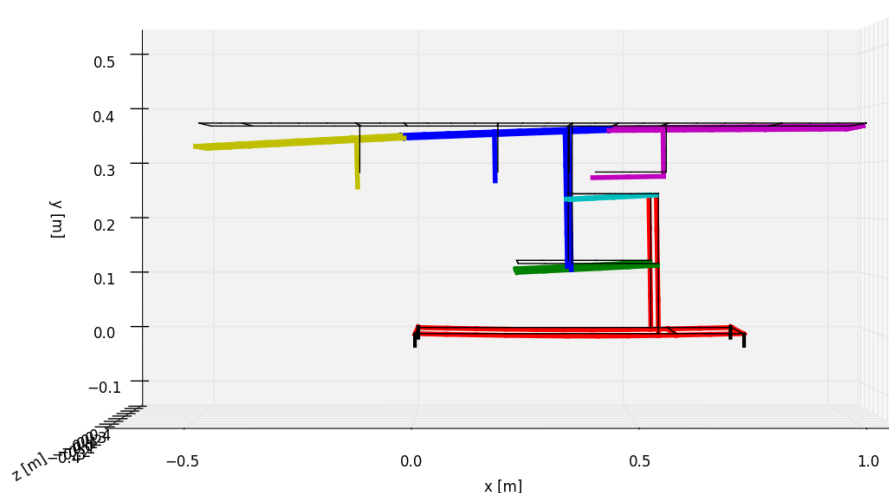
3.2.3 Deformační analýza

Předmětem zkoumání deformační analýzy byl průhyb ložné plochy, resp. průhyb dílů tvořící ložnou plochu. Obecně platí, že průhyb by měl být co nejmenší. Graf 3.6 představuje závislost průhybů (absolutních hodnot minimálních průhybů) jednotlivých dílů ložné plochy na úhlu zdvihu.

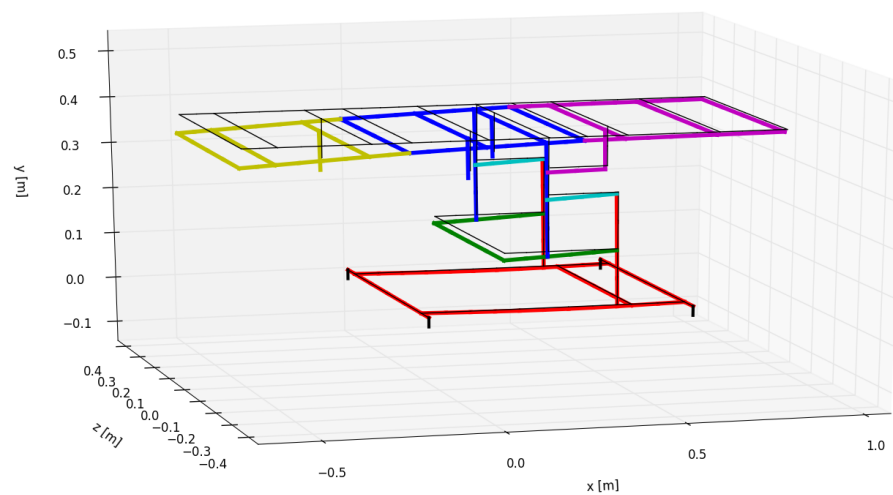


Graf 3.6 – Graf závislosti průhybu jednotlivých dílů ložné plochy na úhlu zdvihu

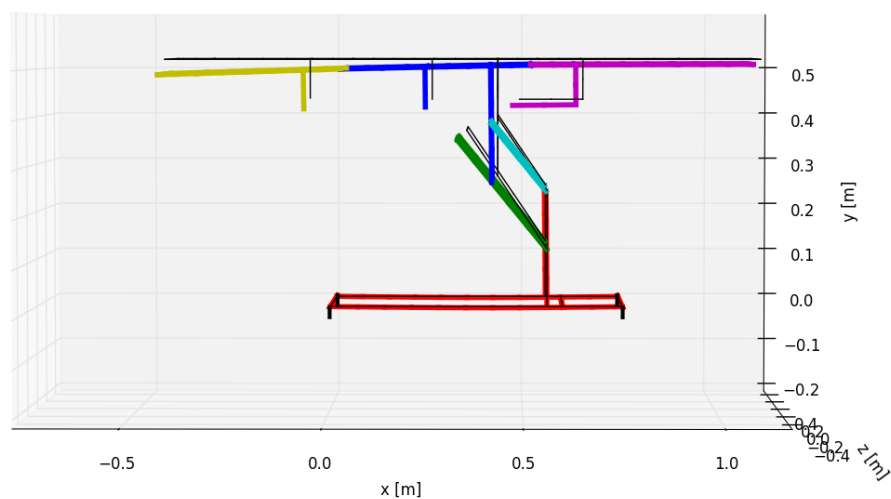
Nejvyšších hodnot průhybu v celém intervalu úhlu zdvihu je dosaženo v oblasti stehenního dílu. S rostoucí hodnotou úhlu zdvihu dochází k nárůstu průhybu. Je nutné připomenout, že ložná plocha je zatížena silou hodnoty 4000 N, což lze fyzikálně interpretovat jako uložení 400 kg pacienta. Vzhledem extrémní povaze zatížení, lze výsledky deformační analýzy považovat za uspokojivé.



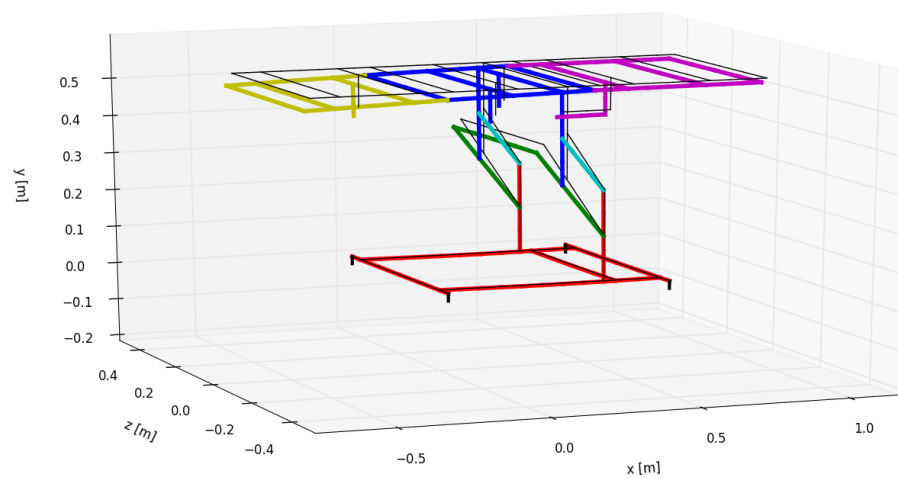
Obr. 3.12 – Celkový průhyb rámu křesla ($\alpha=0^\circ$), 3x zvětšeno



Obr. 3.13 – Celkový průhyb rámu křesla II ($\alpha=0^\circ$), 3x zvětšeno



Obr. 3.14 – Celkový průhyb rámu křesla ($\alpha=50^\circ$), 3x zvětšeno



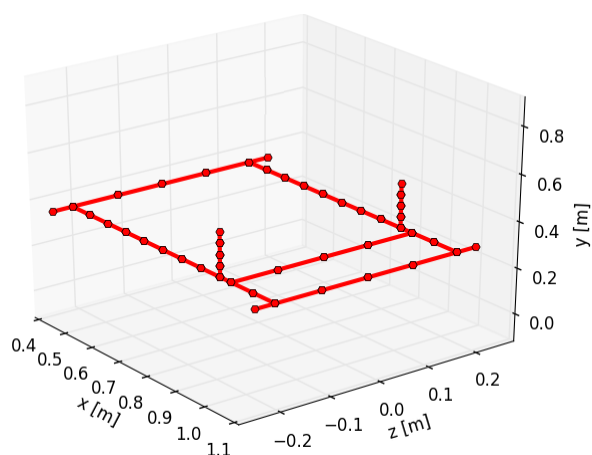
Obr. 3.15 – Celkový průhyb rámu křesla II ($\alpha=50^\circ$), 3x zvětšeno

Tabulka 15 – Maximální průhyby ložné plochy v krajních polohách

	Srovnání posuvů [mm]	
	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 50^\circ$
Pánevň díl	7,35	10,38
Stehenní díl	13,54	16,28
Zádový díl	3,33	9,50

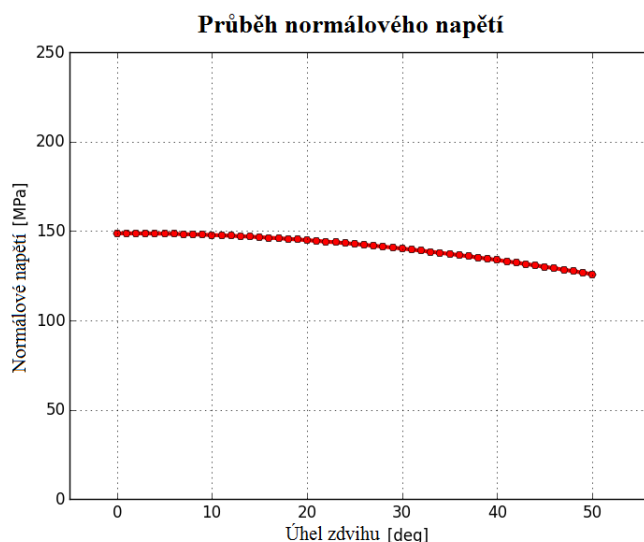
3.2.4 Napěťová analýza

Cílem napěťové analýzy bylo stanovit, zda při zatížení křesla dojde nebo nedojde ke vzniku plastické deformace, tj. zda dojde k překročení meze kluzu. Bylo zjištěno, že v celém intervalu úhlu zdvihu je nejvyšší hodnoty napětí dosaženo vždy v oblasti pod ložnou plochou – nejvíce zasaženou oblastí byl spodní rám konstrukce, obr. 3.16.



Obr. 3.16 – Spodní rám konstrukce

Ze získaných dat byl sestaven graf závislosti maximální hodnoty napětí na úhlu zdvihu (graf 3.7), týkající se pouze spodního rámu křesla.

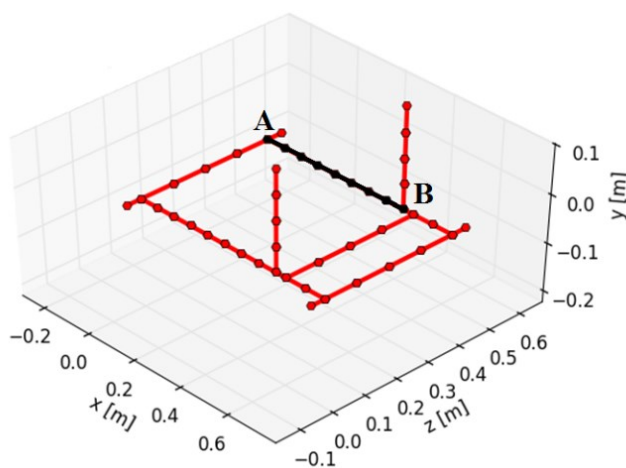


Graf 3.7 – Graf závislosti maximální hodnoty normálového napětí na úhlu zdvihu

Z grafu 3.7 je patrné, že je rám nejvíce namáhaný při nulovém úhlu zdvihu. Při této konfiguraci jsou vyvozeny největší síly a momenty a špička napětí dosahuje hodnoty 149 MPa. Hodnoty napětí byly stanoveny na základě průběhu vnitřních statických účinků, viz testovací příklad č. 4.

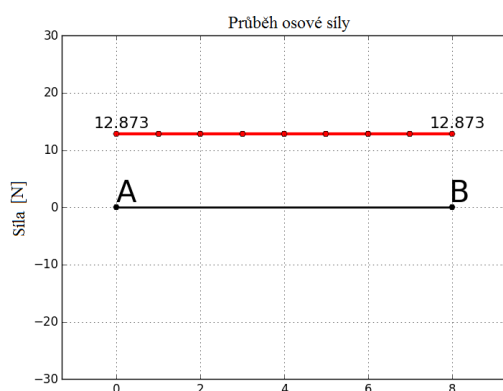
3.2.5 Stanovení maximální hodnoty napětí v nejméně příznivé konfiguraci křesla

Nejvíce zatíženou oblastí spodního rámu je úsek AB vyznačený na následujícím obrázku. V bodu „B“ je dosaženo špičky napětí.

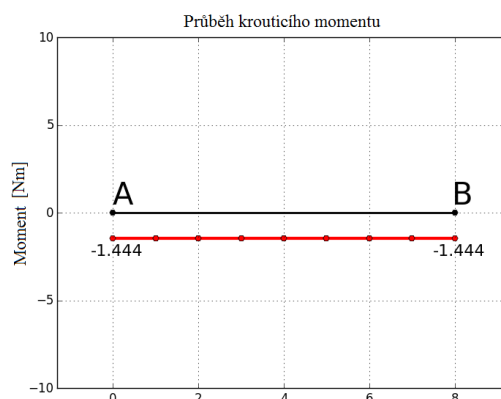


Obr. 3.17 – Úsek AB

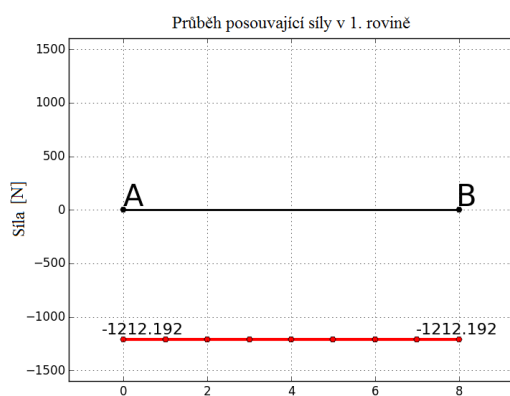
Vnitřní statické účinky na úseku AB:



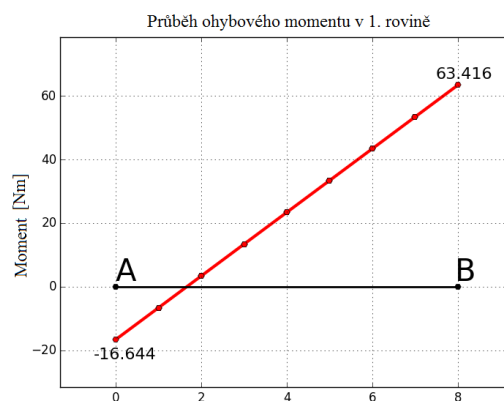
Graf 3.8 – Průběh osově síly



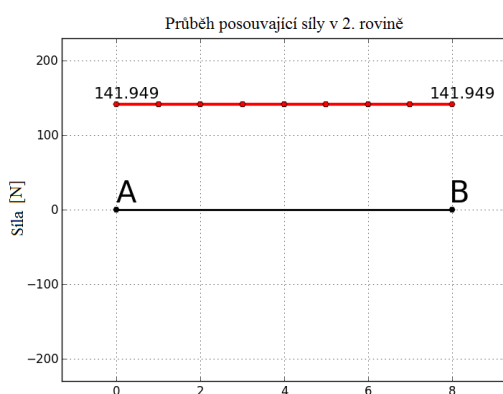
Graf 3.11 – Průběh krouticího momentu



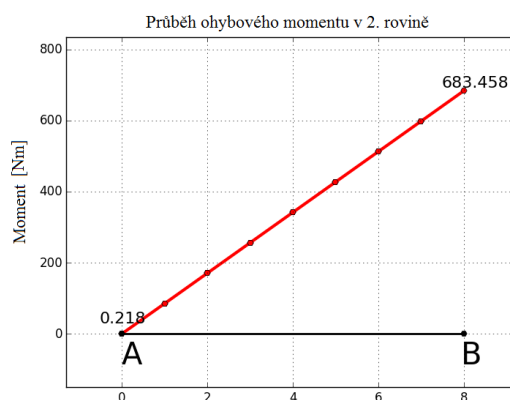
Graf 3.9 – Průběh posouvající síly I



Graf 3.12 – Průběh ohybového momentu I



Graf 3.10 – Průběh posouvající síly II



Graf 3.13 – Průběh ohybového momentu II

Na základě získaných vnitřních statických účinků, byly s využitím vztahů 2.66 až 2.69 stanoveny složky normálového napětí:

$$A = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (0.04^2 - 0.0288^2)}{4} = 6.052 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{TAH/TLAK} = \frac{N}{A} = \frac{12.873}{0.0006052} = 21270 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{TAH/TLAK} = 0.021 \text{ MPa}$$

a

$$I = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \cdot (0.04^4 - 0.0288^4)}{64} = 9.189 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$\sigma_{OHYB} = \frac{D \cdot \sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{2 \cdot I} = \frac{0.04 \cdot \sqrt{63.416^2 + 683.458^2}}{2 \cdot 9.189 \cdot 10^{-8}} = 1.494 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{OHYB} = 149.40 \text{ MPa}$$

Tabulka 16 – Složky normálového napětí

Složky normálového napětí při úhlu zdvihu $\alpha=0$	
Tahové napětí	0,02 MPa
Ohybové napětí	149,40 MPa
Celkové normálové napětí	149,42 MPa \approx 149 MPa

Prototyp křesla, resp. jeho nosná konstrukce je vyrobena z konstrukční oceli 11 373 s mezí kluzu $Re = 220 - 250 \text{ MPa}$. Zatížením křesla v nejméně příznivé poloze dojde k vyvození napětí dosahující 70% meze kluzu (je-li uvažována nižší z hodnot meze kluzu). Na základě získaných poznatků, lze souhrnně prohlásit, že křeslo normou kladené požadavky, tedy co se pevnosti podpěrných systému týče, splňuje. Za nejméně příznivou polohu křesla lze na základě výsledků považovat polohu, které je dosaženo při následující konfiguraci úhlů:

Tabulka 17 – Nejméně příznivá konfigurace křesla

α	0°
β	0°
γ	0°

V následující kapitole je proveden kontrolní výpočet v komerčním softwaru Ansys Workbench 15.

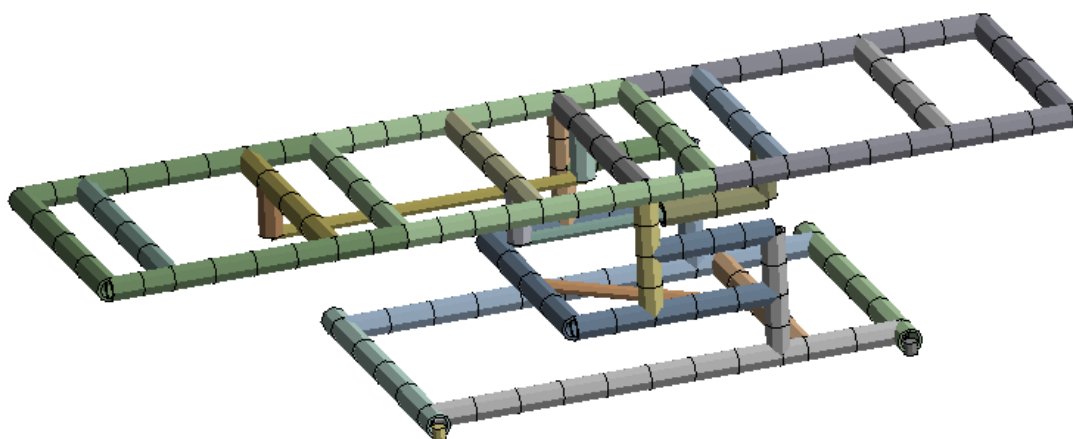
3.3 Kontrolní výpočet

Kontrolní výpočet byl proveden za účelem ověření výsledků analýzy ve vlastním výpočtovém programu. Předmětem výpočtu byl prototyp křesla ustavený v nejméně příznivé poloze, viz tabulka 17.

3.3.1 Preprocessing

Sít'

Model byl diskretizován 184 elementy typu BEAM 188. Element typu BEAM 188 je založen na Timoshenkově teorii nosníků. Jedná se o prostorový element určený k analýze nosníkových struktur.



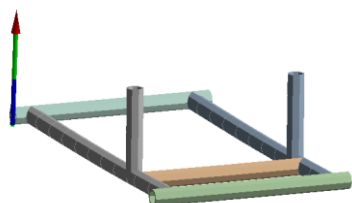
Obr. 3.18 – Diskretizace modelu křesla v Ansysu

Okrajové podmínky

Při výpočtu byly aplikovány tytéž geometrické a silové okrajové podmínky jako v případě analýzy ve vlastním výpočtovém programu.

3.3.2 Analýza reakčních sil

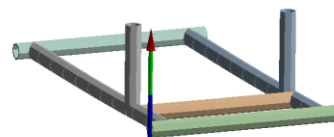
V následujících tabulkách jsou srovnány výsledky analýzy reakcí získaných jak prostřednictvím vlastního výpočtového programu tak i komerčního softwaru:



Obr. 3.19 – Vazba č. 1

Tabulka 18 – Reakce v 1. vazbě

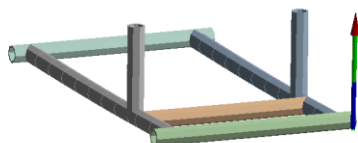
	Ansysis [N]	Python [N]	δ [%]
R_{x1}	13,05	13,00	0,38
R_{y1}	1205,6	1205,59	0,00
R_{z1}	-8,16	-8,13	0,37



Obr. 3.21 – Vazba č. 2

Tabulka 20 – Reakce v 2. vazbě

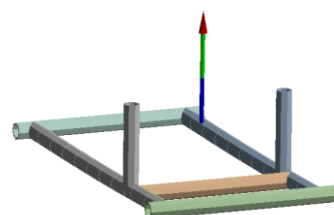
	Ansysis [N]	Python [N]	δ [%]
R_{x2}	0	0	0
R_{y2}	788,45	788,45	0
R_{z2}	8,16	8,13	0,37



Obr. 3.20 – Vazba č. 3

Tabulka 19 – Reakce ve 3. vazbě

	Ansysis [N]	Python [N]	δ [%]
R_{x3}	0	0	0
R_{y3}	786,35	786,35	0
R_{z3}	0	0	0



Obr. 3.22 – Vazba č. 4

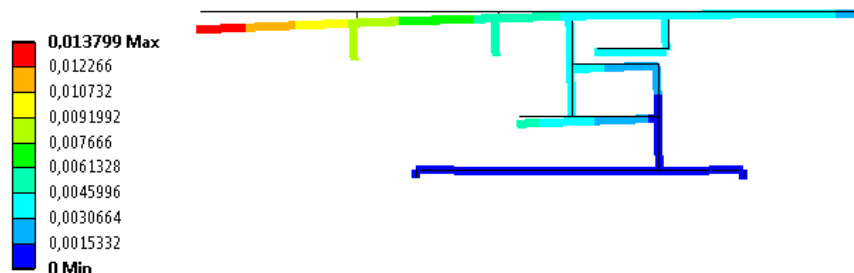
Tabulka 21 – Reakce v 4. vazbě

	Ansysis [N]	Python [N]	δ [%]
R_{x4}	-13,05	-13,00	0,38
R_{y4}	1212,6	1212,6	0
R_{z4}	0	0	0

Výpočet v komerčním softwaru byla potvrzena správnost a především vysoká přesnost výsledků získaných ve vlastním výpočtovém programu. Relativní chyba nepřesahuje v žádném případě 1%.

3.3.3 Deformační analýza

Total Deformation
Type: Total Deformation
Unit: m



Obr. 3.23 – Celková deformace rámu křesla

Tabulka 22 – Srovnání posuvů

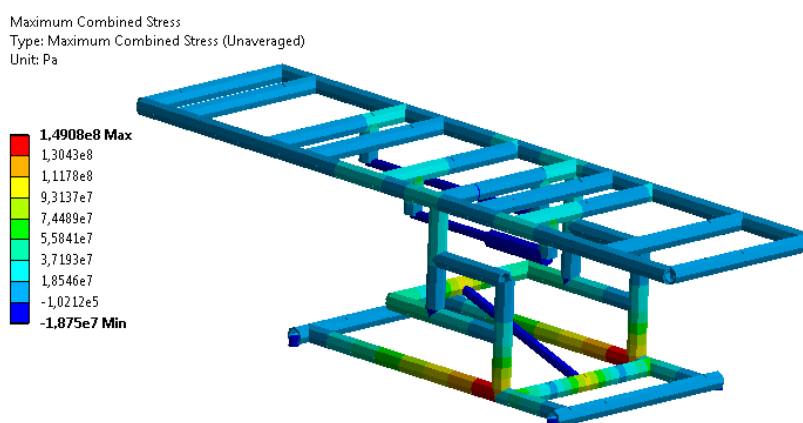
	Ansys	Python	δ [%]
u_{x_max}	0,33	0,33	0
u_{x_min}	-2,66	-2,65	0,38
	Ansys	Python	δ [%]
u_{z_max}	0,15	0,15	0
u_{z_min}	-0,10	-0,10	0

	Ansys	Python	δ [%]
u_{y_max}	0	0	0
u_{y_min}	-13,55	-13,54	0,07
	Ansys	Python	δ [%]
u_{total}	13,80	13,79	0,07

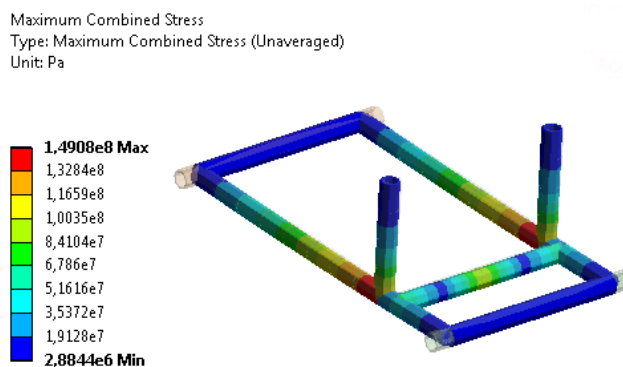
U výsledků deformační analýzy je též dosaženo vysoké přesnosti. Z porovnávací tabulky 22 je patrné, že relativní chyba mezi výsledky vlastního výpočtového softwaru a komerčního softwaru nepřesahuje hodnotu 1%

3.3.4 Napět'ová analýza

Výsledky napět'ové analýzy:



Obr. 3.24 – Napět'ová analýza křesla

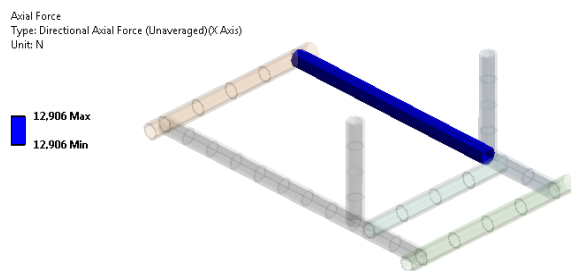


Obr. 3.25 – Napět'ová analýza spodního rámu

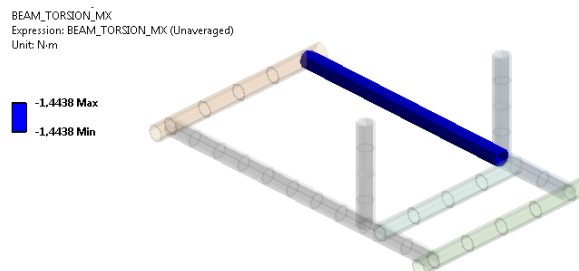
Kontrolním výpočtem v Ansysu byla potvrzena správnost výsledků získaných vlastním výpočtovým softwarem. Výsledky se liší jen minimálně. Z obr. 3.24 a 3.25 je patrné, že nejvíce namáhanou částí konstrukce je opravdu podvozek. Maximální hodnota normálového napětí činí $149,09 \approx 149$ MPa.

Na obr. 3.26 až 3.31 jsou graficky zobrazeny vnitřní statické účinky, které potvrzují správnost výsledků získaných prostřednictvím vlastního softwaru.

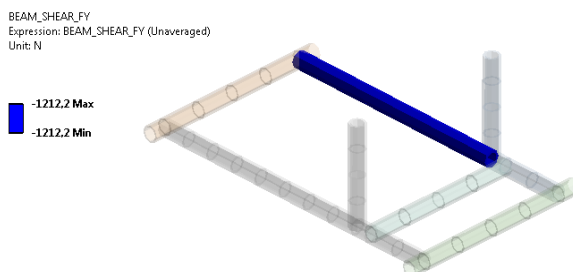
Výsledky analýzy – vnitřní statické účinky:



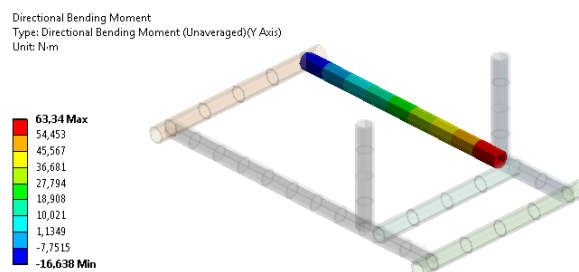
Obr. 3.26 – Průběh osových sil



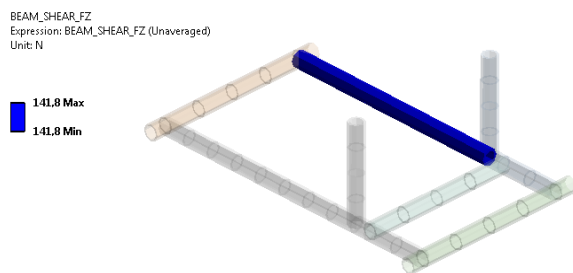
Obr. 3.29 – Průběh krouticího momentu



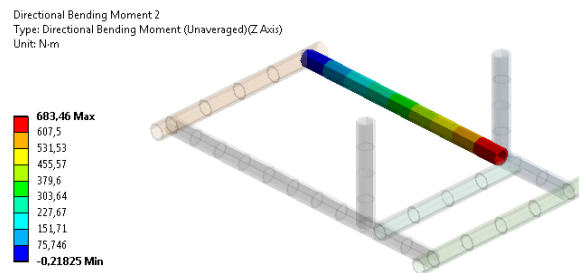
Obr. 3.27 – Průběh posouvajících sil v 1. rovině



Obr. 3.30 – Průběh ohybového momentu v 1. rovině



Obr. 3.28 – Průběh posouvajících sil v 2. rovině



Obr. 3.31 – Průběh ohybového momentu v 2. rovině

Výsledky analýzy reakcí, deformační analýzy a napětové analýzy získané prostřednictvím komerčního softwaru potvrzují správnost analýzy provedené ve vlastním softwaru. Na základě získaných výsledků lze prohlásit, že prototyp křesla normou kladené podmínky splňuje.

4 Optimalizace geometrie rámu

Optimalizace geometrie rámu polohovatelného křesla byla provedena na žádost zadavatele za účelem snížení celkové hmotnosti, která bez započtení hmotnosti matrace a pohonů činí 64,8 kg.

Optimalizační proces byl omezen dvěma omezujícími podmínkami. První podmínka plynula z přání zadavatele, podle kterého nesměl maximální průhyb optimalizovaného rámu křesla překročit hodnotu 20 mm. Druhá omezující podmínka vyplývala z normy, podle které nesmí při zatížení křesla dojít ke vzniku plastické deformace.

Snahou bylo optimalizovat geometrii při zachování všech délkových rozměrů a optimalizovat pouze rozměry profilů trubek. Optimalizace byla provedena následovně: nejprve bylo na základě původní geometrie navrženo několik variant optimálního řešení. Z nich bylo poté vybráno to, které dané požadavky splňovalo nejlépe. Tento návrh byl poté doladěn a předložen jako optimální řešení. Výsledný návrh, tj. podrobný popis geometrie je umístěn v příloze A. Optimalizací rozměrů profilů trubek došlo ke snížení celkové hmotnosti na hodnotu 49,2 kg, což představuje snížení hmotnosti křesla o 24%. Byla splněna i ostatní kritéria: Maximální hodnota průhybu činí 17,7 mm a nepřesahuje tedy stanovenou mez. Optimalizací geometrie došlo ke zvýšení maximální hodnoty redukovaného napětí na hodnotu 185 MPa, což představuje 84% meze kluzu.

V následující části práce jsou výsledky deformačně-napěťové analýzy nově navržené geometrie rámu. Analýza byla provedena pouze v nejméně příznivé poloze ložné plochy. Analýza byla provedena pomocí vlastního softwaru a ověřena výpočtem v komerčním softwaru.

4.1.1 Analýza reakčních sil

Sledovány byly hodnoty všech složek reakčních sil. Výsledky analýzy jsou vyobrazeny v tabulce 23.

Tabulka 23 - Reakce ve vazbách [N]

	Ansys	Python	δ [%]
R_{x1}	17,06	17,00	0,35
R_{y1}	1205,70	1205,68	0
R_{z1}	-10,66	-10,63	0,28

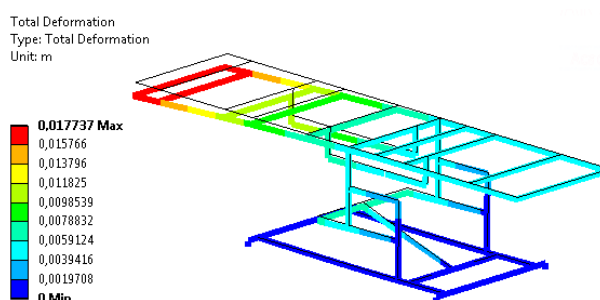
	Ansys	Python	δ [%]
R_{x2}	0	0	0
R_{y2}	788,37	788,37	0
R_{z2}	10,66	10,63	0,28

	Ansys	Python	δ [%]
R_{x3}	0	0	0
R_{y3}	786,44	786,43	0
R_{z3}	0	0	0

	Ansys	Python	δ [%]
R_{x4}	-17,06	-17,00	0,35
R_{y4}	1212,50	1212,52	0
R_{z4}	0	0	0

4.1.2 Deformační analýza optimálního řešení

Sledovány byly extrémní hodnoty posuvů na celém rámu.



Obr. 4.1 – Celkový posuv rámu

Tabulka 24 – Srovnání posuvů [mm]

	Ansys	Python	δ [%]
u_{x_max}	0,38	0,38	0
u_{x_min}	-3,32	-3,31	0,30

	Ansys	Python	δ [%]
u_{z_max}	0,21	0,21	0
u_{z_min}	-0,13	-0,13	0

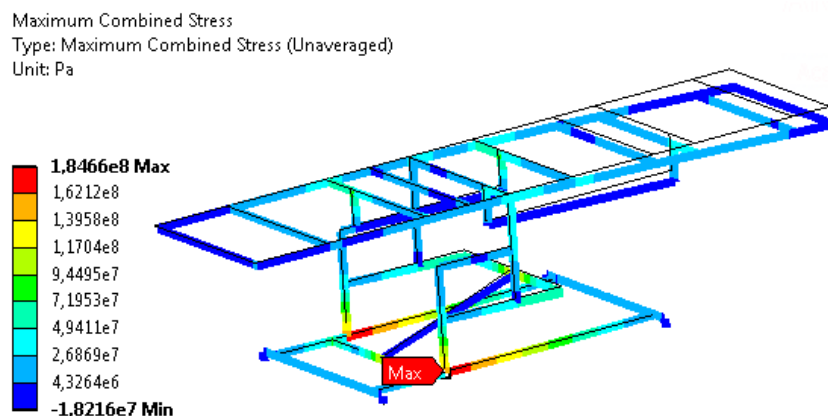
	Ansys	Python	δ [%]
u_{y_max}	0	0	0
u_{y_min}	-17,43	-17,41	0,11

	Ansys	Python	δ [%]
u_{total}	17,74	17,72	0,11

Z obr. 4.1 je patrné, že největšího průhybu je dosaženo v oblasti stehenního dílu. Hodnota průhybu dosahuje hodnoty -17,41 mm. Nový návrh geometrie rámu tedy splňuje omezující podmínku maximálního průhybu. Ve srovnání s původním návrhem došlo k nárůstu hodnoty průhybu o téměř 23%

4.1.3 Napět'ová analýza optimálního řešení

Sledována byla špička napětí.



Obr. 4.2 – Průběh normálového napětí

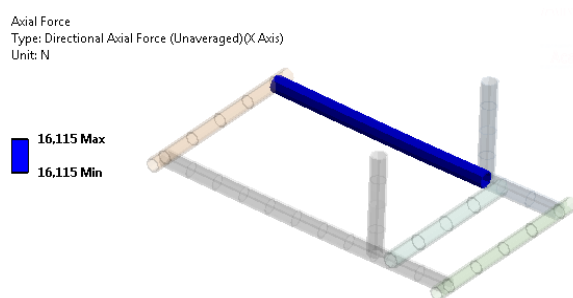
I v případě optimálního řešení bylo dosaženo maximální hodnoty normálového napětí v oblasti pod ložnou plochou, na nosném rámu. Nejvíce namáhanou částí rámu byl opět úsek AB vyobrazený na obr. 3.17.

Tabulka 25- maximálních hodnot normálových napětí [MPa]

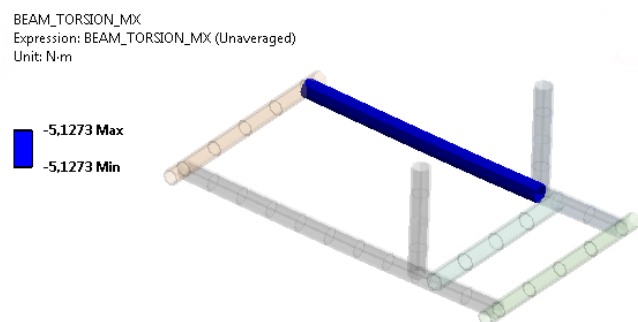
Ansysis Workbench	Python
185 MPa	185 MPa

Maximální hodnota normálového napětí ve vlastním softwaru, byla opět stanovena na základě vnitřních statických účinků. Ty jsou vyobrazeny na následujících obrázcích, resp. grafech.

Vnitřní statické účinky na úseku AB (získané komerčním softwarem):



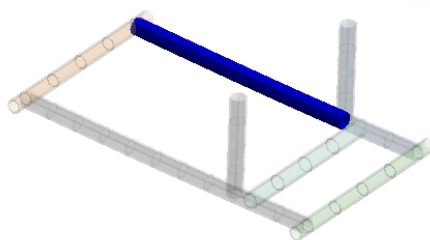
Obr. 4.3 – Průběh osových sil



Obr. 4.6 – Průběh krouticího momentu

BEAM_SHEAR_FY
Expression: BEAM_SHEAR_FY (Unaveraged)
Unit: N

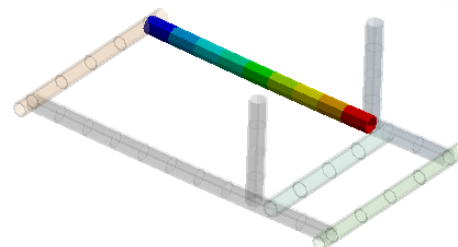
-1212 Max
-1212 Min



Obr. 4.4 – Průběh posouvajících sil v 1. rovině

Directional Bending Moment
Type: Directional Bending Moment (Unaveraged)(Y Axis)
Unit: N-m

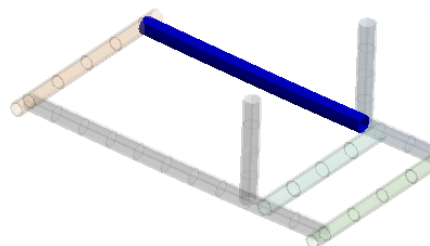
61.643 Max
53,252
44,862
36,471
28,08
19,69
11,299
2,9082
-5,4825
-13,873 Min



Obr. 4.7 – Průběh ohybového momentu v 1. rovině

BEAM_SHEAR_FZ
Expression: BEAM_SHEAR_FZ (Unaveraged)
Unit: N

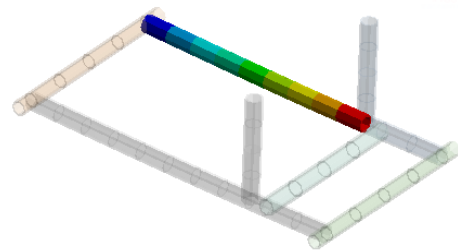
133.89 Max
133.89 Min



Obr. 4.5 – Průběh posouvajících sil v 2. rovině

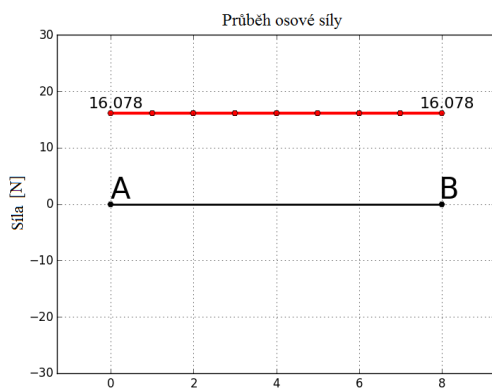
Directional Bending Moment 2
Type: Directional Bending Moment (Unaveraged)(Z Axis)
Unit: N-m

683.48 Max
607,53
531,58
455,63
379,68
303,72
227,77
151,82
75,867
-0.085419 Min

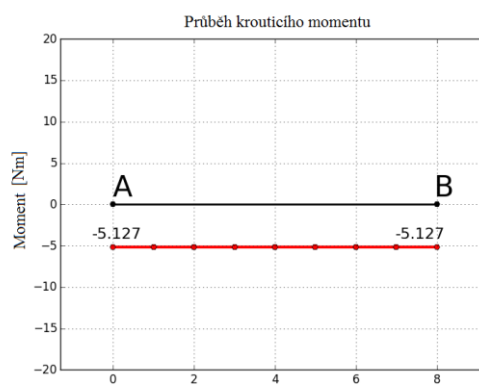


Obr. 4.8 – Průběh ohybového momentu v 2. rovině

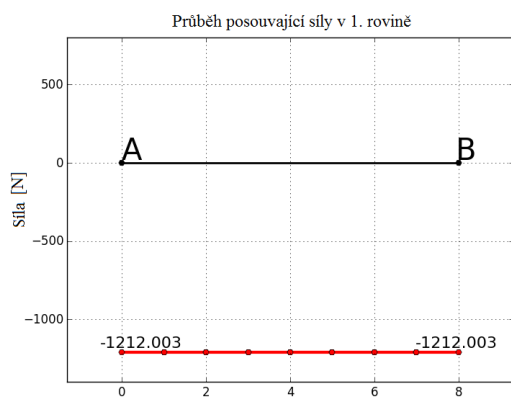
Vnitřní statické účinky získané prostřednictvím vlastního softwaru.



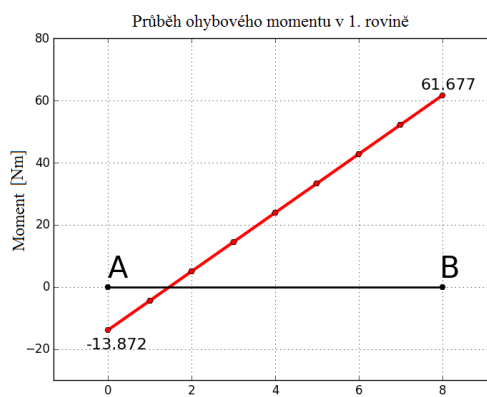
Graf 4.1 – Průběh osové síly



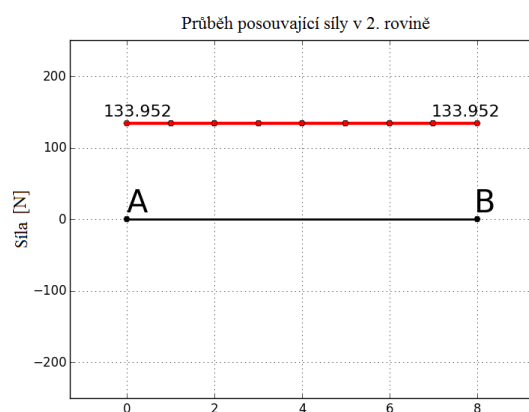
Graf 4.4 – Průběh krouticího momentu



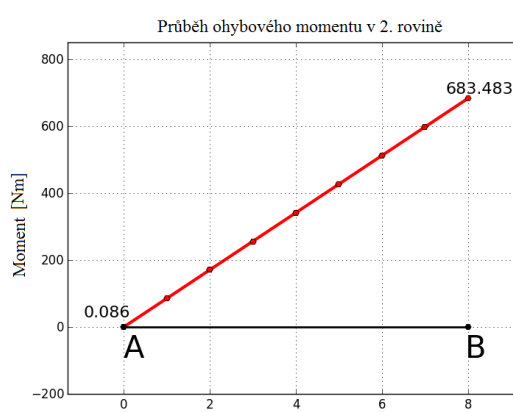
Graf 4.2 – Průběh posouvající síly v 1. rovině



Graf 4.5 – Průběh ohybového momentu v 1. rovině



Graf 4.3 – Průběh posouvající síly v 2. rovině



Graf 4.6 – Průběh ohybového momentu v 2. rovině

Výpočet:

$$A = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (0.04^2 - 0.032^2)}{4} = 4.524 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{TAH / TLAK} = \frac{N}{A} = \frac{16.078}{4.524 \cdot 10^{-4}} = 35539 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{TAH / TLAK} = 0.036 \text{ MPa}$$

a

$$I = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \cdot (0.04^4 - 0.032^4)}{64} = 7.419 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$\sigma_{OHYB} = \frac{D \cdot \sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{2 \cdot I} = \frac{0.04 \cdot \sqrt{61.677^2 + 683.483^2}}{2 \cdot 7.419 \cdot 10^{-8}} = 1.850 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{OHYB} = 185 \text{ MPa}$$

Tabulka 26 – Složky normálového napětí

Složky normálového napětí při úhlu zdvihu $\alpha=0$	
Tahové napětí	0,04 MPa
Ohybové napětí	185 MPa
Celkové normálové napětí	185,04 MPa \approx 185 MPa

Předložený návrh tedy splňuje všechny omezující podmínky. Normálové napětí nepřekročí hodnotu meze kluzu, nedojde tedy ke vzniku plastické deformace. Maximální hodnota průhybu nepřekročí hodnotu 20 mm.

Optimalizací došlo ke snížení hmotnosti křesla při zachování všech délkových parametrů.

5 Závěr

Cílem diplomové práce bylo vytvořit vlastní konečnoprvkový software k provedení deformačně-napěťové analýzy rámu polohovatelného křesla.

V úvodu se práce věnuje popisu stávajícího stavu dané problematiky. Cílem bylo popsat současný stav v oblasti nemocničních lůžek, porovnat dnešní typy lůžek s lůžky, které byly používány dříve a také nastínit směr budoucího vývoje. Následně je provedena rešerše problematiky testování nemocničních lůžek a křesel, kterou popisuje evropská norma ČSN EN 60601-2-52. Pozornost je věnována především pevnostní zkoušce rámu, která je v normě definována jako zkouška podpěrných systémů.

Teoretická část práce se zabývá matematickým pozadím řešení úloh pomocí metody konečných prvků. V této části je proveden rozbor základních principů metody konečných prvků, je zde odvozena základní maticová rovnice a také lokální matice tuhosti prostorového rámového prvku.

V praktické části jsou odvozené postupy verifikovány na pěti jednoduchých testovacích úlohách. Ověřené postupy jsou poté implementovány do výpočetního algoritmu k pevnostní analýze rámu ambulantního křesla. Zde byl kladen velký důraz na sestavení geometrického a konečno-prvkového modelu. Analýzou bylo zjištěno, že rám křesla splňuje normou kladené podmínky. Kontrolním výpočtem v komerčním softwaru byla potvrzena správnost a především vysoká přesnost výsledků získaných vlastním softwarem.

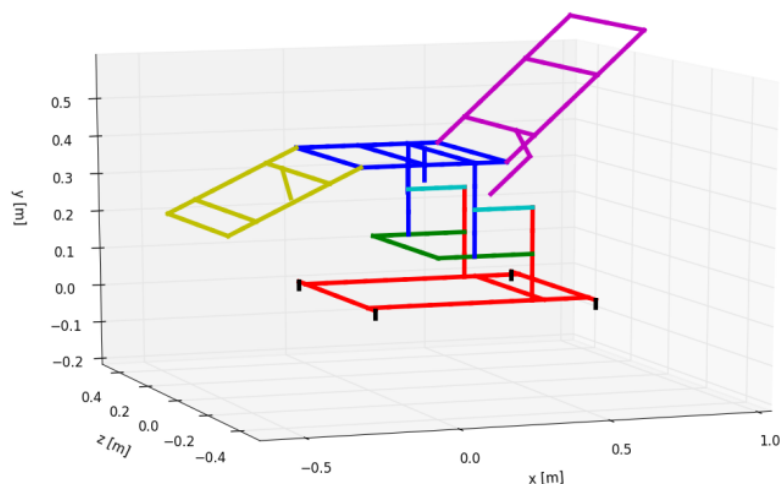
V poslední části práce je provedena optimalizace geometrie rámu. Proces byl omezen dvěma omezujícími podmínkami. První podmínka plynoucí z přání zákazníka, dle kterého nesměl průhyb kterékoliv části ložné plochy překročit stanovenou hodnotu. Druhá podmínka plynula z technické normy, podle které nesmělo dojít ke vzniku plastické deformace. Snahou bylo zachovat všechny délkové rozměry rámu a optimalizovat pouze rozměry nosných profilů. Získané vhodné řešení vyhovělo všem omezujícím podmínkám. Optimalizací došlo ke snížení hmotnosti rámu křesla o více než 20%.

Konečno-prvkový software pro analýzu rámu ambulantního křesla

Vlastní software umožňuje provedení pouze napěťově-deformační analýzy rámu křesla. Program neposkytuje žádné funkce pro grafickou tvorbu modelu. Všechny vstupy jsou zprostředkovány pomocí textových souborů. Struktura programu lze shrnout do tří bodů. Prvním bodem je „preprocessing“ zahrnující přípravu modelu (tvorbu geometrického modelu, diskretizaci a matematickou formulaci jednotlivých dílů křesla). Druhým bodem

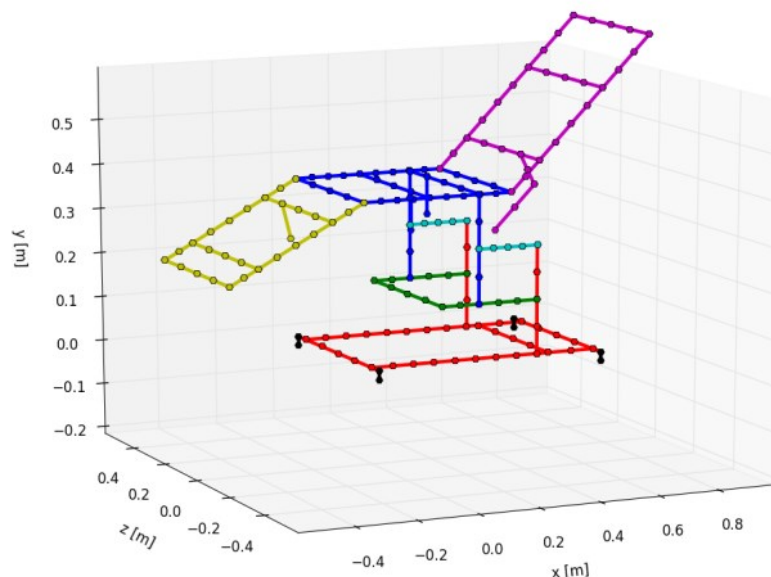
je „solution“, tedy řešení daného problému a posledním bodem je zpracování výsledků analýzy, tj. „post-processing“.

Příprava modelu spočívá v navolení geometrických a materiálových parametrů křesla. Na základě těchto parametrů dojde k automatickému vytvoření trojrozměrného geometrického modelu křesla (obr. 5.1) a jeho následné diskretizaci (obr. 5.2).



Obr. 5.1 – Geometrický model křesla

K diskretizaci je použit prostorový rámový prvek založený na Timoshenkově teorii ohybu nosníku, viz obr. 2.9.



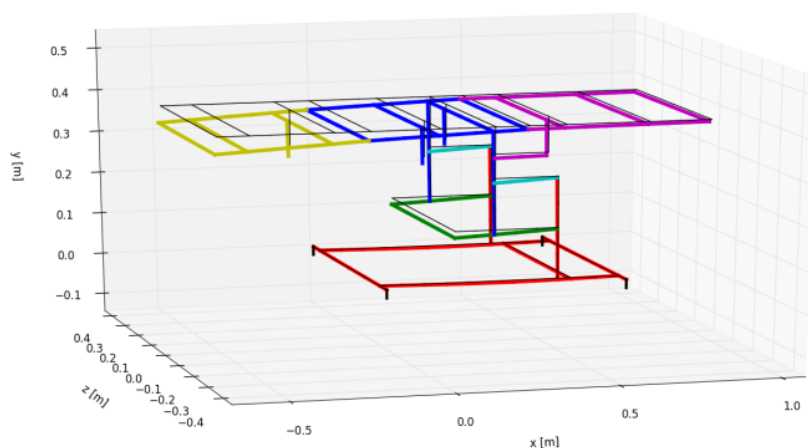
Obr. 5.2 – Konečno-prvková síť

V procesu transformace lokálních matic tuhosti do globálního souřadnicového systému je využito Eulerových úhlů. Všechny výše zmíněné kroky, kromě zadávání vstupních parametrů jsou provedeny automaticky bez nutnosti zásahu uživatele. Po

matematické formulaci jednotlivých dílů křesla přikročí program k aplikaci okrajových podmínek. Tento proces je také automatizován.

Následně software provede řešení úlohy. K řešení je využit předdefinovaný skript programovacího jazyka Python knihovny NumPy s názvem „linalg.solve“, který je určen k řešení soustavy lineárních rovnic. Výsledkem řešení základní maticové rovnice je rozšířený vektor posuvů, obsahující posuvy a natočení uzlů a také hodnoty reakčních sil.

Výsledky analýzy jsou poté poslány do objektu, který se zabývá zpracováním výsledků. Výsledky jsou prezentovány graficky a také prostřednictvím tabulek. Mezi prezentované výsledky patří: hodnoty reakčních sil, posuvy, natočení a vnitřní statické účinky.



Obr. 5.3 – Celkový posuv lůžka.

Využití výsledků

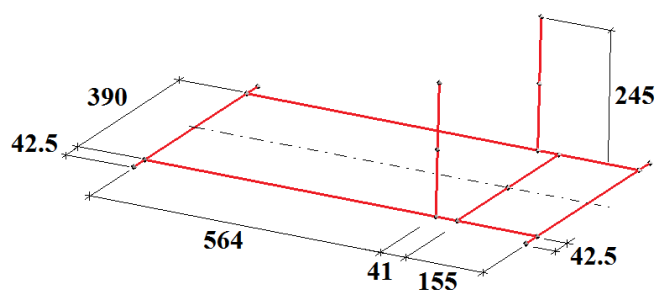
Díky přiloženým softwarům může tato práce sloužit k didaktickým účelům.

Hlavní výstup práce, tj. software k provedení analýzy rámu lze do budoucna rozšířit např. o grafické rozhraní, nebo o modul k provedení modální analýzy.

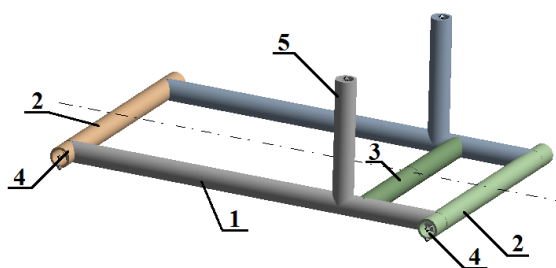
Příloha A

Geometrie křesla:

Rám



Obr. 6.1 – Délkové rozměry [mm]

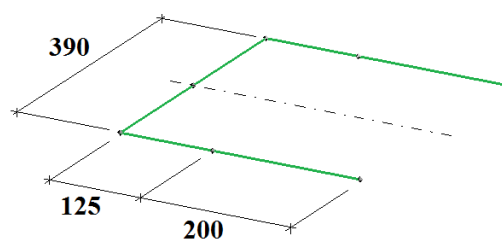


Obr. 6.2 – Profily

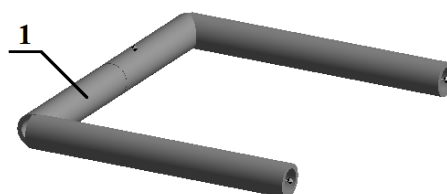
Tabulka 27 – Rozměry profilů [10]

Profil č.	Původní návrh	Optimální řešení
1	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 4
2	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
3	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 40 x 4
4	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
5	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 4

První díl zvedacího mechanismu



Obr. 6.3 – Délkové rozměry[mm]

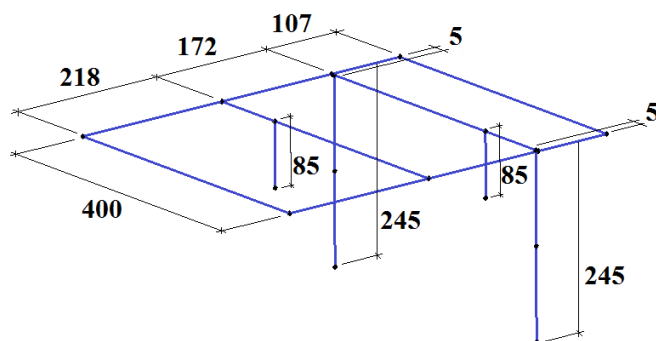


Obr. 6.4 – Profil

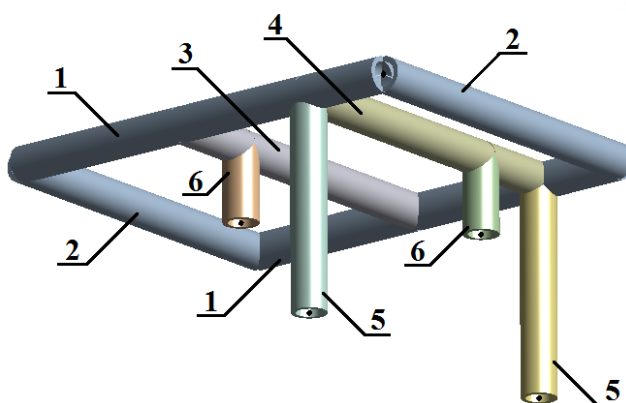
Tabulka 28 – Rozměry profilu [10]

Profil č.	Původní návrh	Optimální řešení
1	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 4

Pánevní díl



Obr. 6.5 – Délkové rozměry[mm]

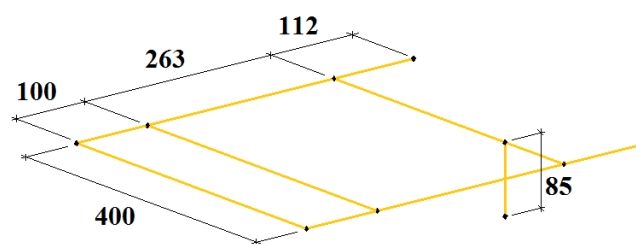


Obr. 6.6 – Profily

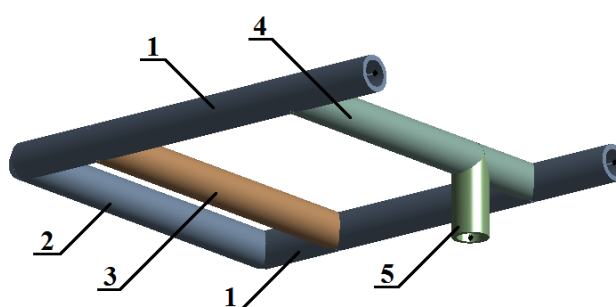
Tabulka 29 – Rozměry profilů [10]

Profil č.	Původní návrh	Optimální řešení
1	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6
2	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6
3	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
4	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
5	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 4
6	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 4

Stehenní díl



Obr. 6.7 – Délkové rozměry [mm]

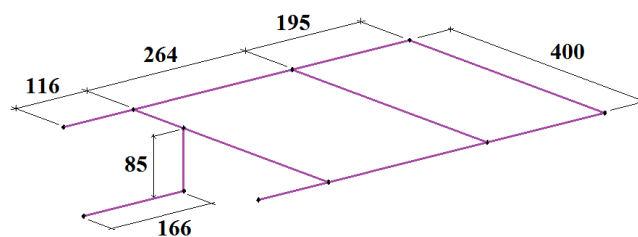


Obr. 6.8 – Profily

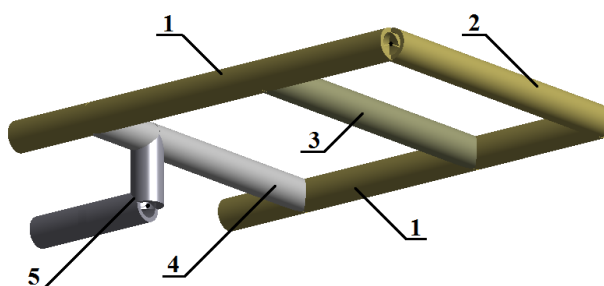
Tabulka 30 – Rozměry profilů [10]

Profil č.	Původní návrh	Optimální řešení
1	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6
2	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6
3	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
4	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
5	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6

Zádový díl



Obr. 6.9 – Délkové rozměry [mm]

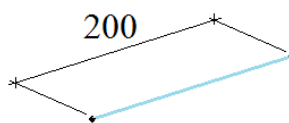


Obr. 6.10 – Profily

Tabulka 31 – Rozměry profilů [10]

Profil č.	Původní návrh	Optimální řešení
1	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6
2	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6
3	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
4	TR Ø 40 x 4,5	TR Ø 35 x 4
5	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 3,6

Druhý díl zvedacího mechanismu



Obr. 6.11 – Délkové rozměry [mm]



Obr. 6.12 - Profil

Tabulka 32 – Rozměry profilu [10]

Profil č.	Původní návrh	Optimální řešení
1	TR Ø 40 x 5,6	TR Ø 40 x 4

Příloha B

V této příloze jsou umístěny výsledky analýzy vnitřních statických účinků na lomeném nosníku.

Vnitřní statické účinky jsou postupně vyhodnoceny na úsecích A-B, B-C a C-D, dle následujícího obrázku. Výsledky analýzy ve vlastním softwaru jsou srovnány s výsledky analýzy pomocí komerčního softwaru.



Obr. 6.13 – Úseky lomeného nosníku

Tabulka 33 – Vnitřní statické účinky

Osová síla			
	A - B	B - C	C - D
Ansysis	-350; -350	0; 0	0; 0
Python	-350; -350	0; 0	0; 0

Krouticí moment			
	A - B	B - C	C - D
Ansysis	0; 0	105; 105	0; 0
Python	0; 0	105; 105	0; 0

Posouvající síla v 1. rovině			
	A - B	B - C	C - D
Ansysis	0; 0	-350; -350	350; 350
Python	0; 0	-350; -350	350; 350

Ohybový moment v 1. rovině			
	A - B	B - C	C - D
Ansysis	-175; -175	0; 0	0; 0
Python	-175; -175	0; 0	0; 0

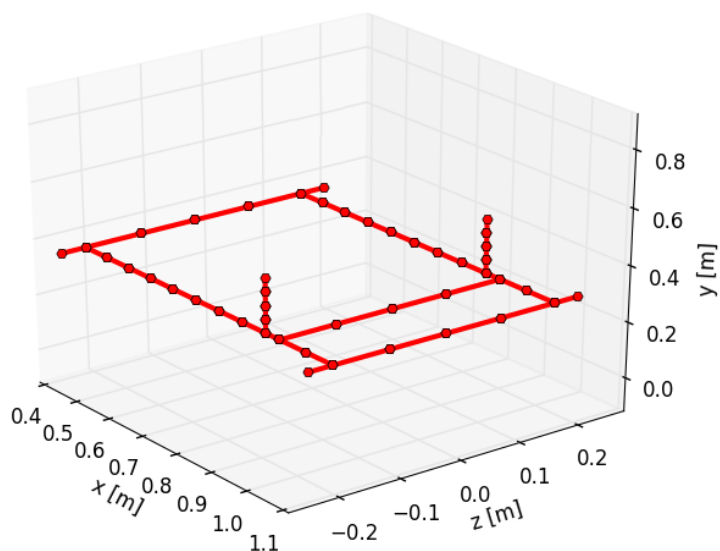
Posouvající síla v 2. rovině			
	A - B	B - C	C - D
Ansysis	0; 0	0; 0	0; 0
Python	0; 0	0; 0	0; 0

Ohybový moment v 2. rovině			
	A - B	B - C	C - D
Ansysis	105; 105	-175; 0	105; 0
Python	105; 105	-175; 0	105; 0

Příloha C

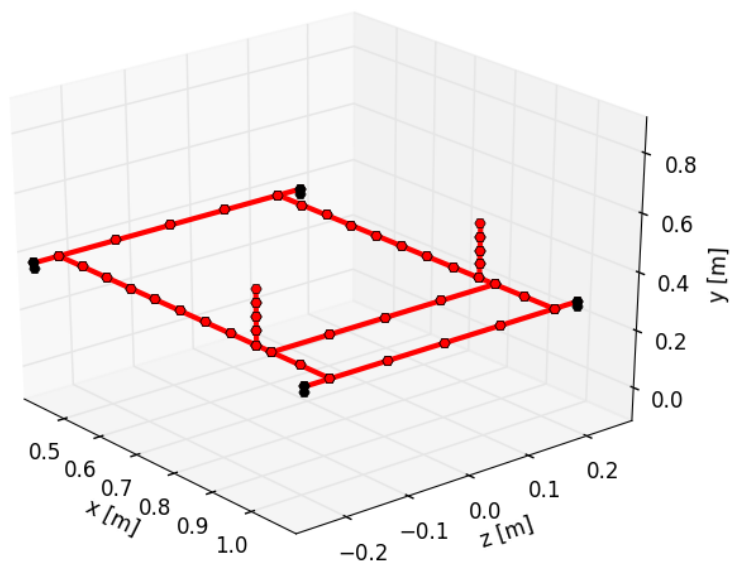
V této příloze jsou umístěny modely jednotlivých dílů lůžka vytvořených ve vlastním softwaru.

Part 1 – Rám lůžka



Obr. 6.14 – Part 1 – rám lůžka

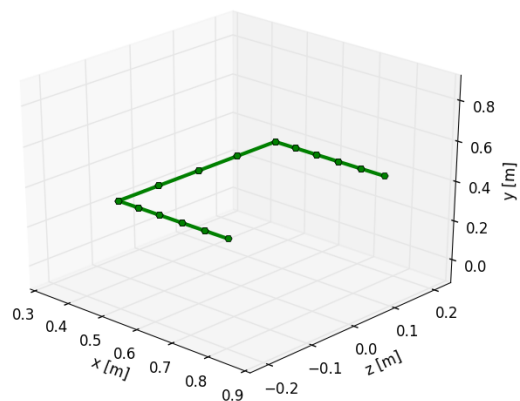
Part 2 – Kolečka



Obr. 6.15 – Part 2 - Rám s kolečky

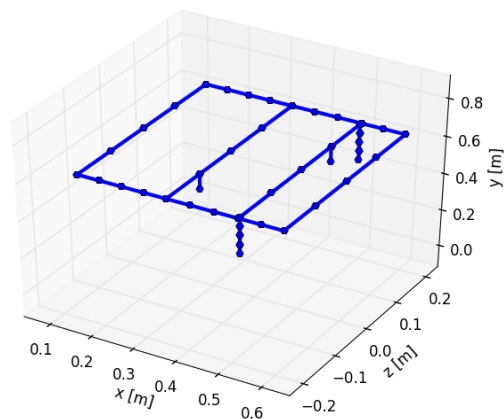
Kolečka byla nahrazena nosníky odpovídající tuhosti

Part 3 – 1. Část zvedacího mechanismu



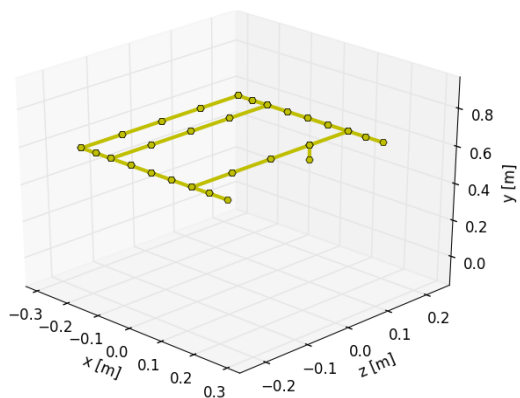
Obr. 6.16 – Part 3 – 1. Část zvedacího mechanismu

Part 4 – Pánevní díl



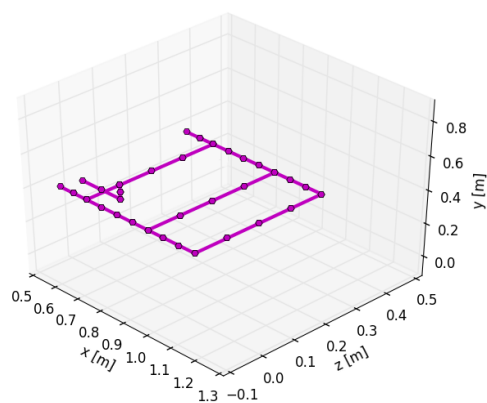
Obr. 6.17 – Part 4 – Pánevní díl

Part 5 – Stehenní díl



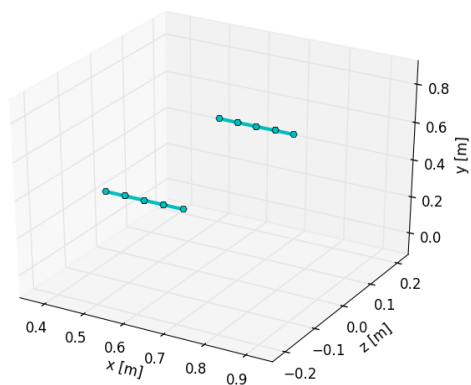
Obr. 6.18 – Part 5 – Stehenní díl

Part 6 – Zádový díl



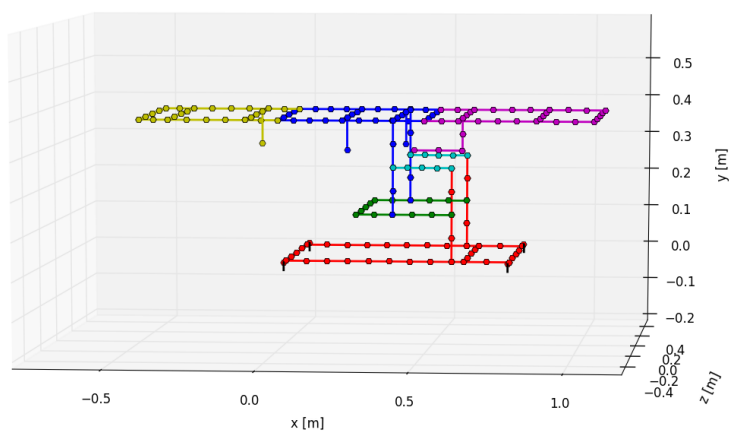
Obr. 6.19 – Part 6 – Zádový díl

Part 7 – 2. Část zvedacího mechanismu



Obr. 6.20 – Part 7 – 2. Část zvedacího mechanismu

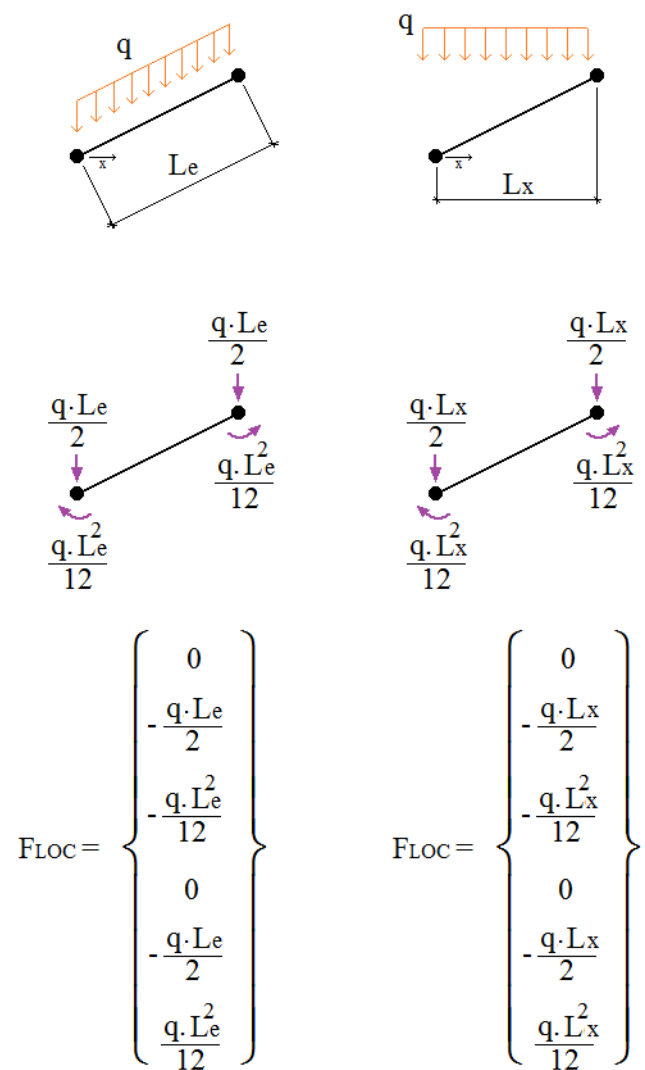
Výsledný model:



Obr. 6.21 – Model křesla

Příloha D

Lokální vektor zatížení se sestavuje dle následujícího obrázku:



Obr. 6.22 – Příloha D

Příloha E

CD nosič

Struktura přiloženého datového CD

Obsah adresářové struktury je následující:

- *Examples/* - Programy k řešení pěti testovacích úloh. Použitý programovací jazyk Python
- *Program/* - Vlastní výpočtový program pro analýzu rámu
- *Thesis/* - Adresář obsahuje elektronickou podobu této práce v datovém formátu .PDF

Seznam použité literatury

- [1] PRZEMIENIECKI, J. S. *Theory of Matrix structural Analysis*; Dover Civil and Mech, 1985; ISBN: 9780486649481.
- [2] ČSN EN 60601-2-52. *Zdravotnické a elektrické přístroje – Část 2-52: Zvláštní požadavky na základní bezpečnost a nezbytnou funkčnost zdravotnických lůžek*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011. Třídící znak 36 4801.
- [3] VÚBP – Výzkumný ústav bezpečnosti práce. *Ergonomie nemocničního lůžka*. 2012 [online]. [cit. 2017-05-12]. Dostupné z http://www.vubp.cz/ces/soubory/konference2012/prokopova_ergonomie-nemocnicniho-luzka.pdf
- [4] VOŠAHLÍK, Karel. *Návrh nemocničního rehabilitačního lůžka pro uplatnění metody proprioceptivní neuromuskulární facilitace*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, Ústav přístrojové a řídicí techniky / Odbor přesné mechaniky a optiky, 2016. Diplomová práce. Dostupné z: https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/66161/F2-DP-2016-Vosahlik-Karel-Diplomova_prace_Vosahlik.pdf?sequence=-1
- [5] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. 2011 [online]. [cit. 2017-05-12]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>
- [6] *Úvod do MKP*. Ostrava: VŠB – TUO, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, Soubor přednášek [online]. [cit. 2017-05-12]. Dostupné z: https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/Mech2_UvodDoMKP.pdf
- [7] ANDERSEN, L., NIELSEN, R. K. *Elastic Beams in Three Dimensions*. Aalborg: Aalborg University. 2008 [online]. [cit. 2017-05-12]. Dostupné z: <http://homes.civil.aau.dk/jc/FemteSemester/Beams3D.pdf>

- [8] HALAMA, R., ADÁMKOVÁ, L. a kol. *Pružnost a pevnost*. Ostrava: VŠB – TUO, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2011 [online]. [cit. 2017-05-12]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_a_pevnost.pdf
- [9] JIROUŠEK, O. *Metoda konečných prvků*. Praha: České vysoké učení technické, Fakulta dopravní, 2006 [online]. [cit. 13-5-2017]. Dostupné z http://mech.fd.cvut.cz/members/jirousek/download/k618y2m1/ymkp_fem.pdf
- [10] VÁVRA, P., LEINVEBER, J. *Strojnické tabulky. Páté upravené vydání*. Albra, 2011. 928 s. ISBN 978-80-7361-081-4.

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu práce Ing. Pavlu Maršálkovi za odborné vedení a věnovaný čas. Dále bych chtěl poděkovat prof. Ing. Petru Horylovi, CSc., dr.h.c., Ing. Alexandru Markopoulosovi, Ph.D. a Ing. Petru Ferfeckimu, Ph.D. za cenné rady při zpracování práce. Poděkování také patří mé rodině a přátelům za jejich podporu.